В ходе решения найдены координаты крайних шарниров в точках *A, D, M,* которые позволяют определить расстояния между указанными точками.

$$x_{AD} = 0.820м; \qquad y_{AD} = 0.926м; \qquad z_{AD} = 0.547м;$$

$$x_{DM} = 0.750м; \qquad y_{DM} = 0.490м; \qquad z_{DM} = 0.360м;$$

$$x_{MA} = 0.18166м; \qquad y_{MA} = 0.118323м; \qquad z_{MA} = 0.3178м.$$

Результаты вычисления переменных величин расстояний *AD, DM, MA* полностью подтверждают условие замкнутости пространственной группы Ассура V класса. Структурная ошибка механизма составляет $\Delta = 0.00001$ мм.

Список использованной литературы:

1. *Зиновьев В.А.* Пространственные механизмы с низшими парами. Гостехтеоретиздат. - М.: 1952. – 431 с.
2. *Левитский Н.И.* Приближенный синтез шарнирных механизмов с двумя степенями свободы//Труды семинара по ТММ.- вып.83.-изд-во АН СССР.-1961.

УДК 515.74:658.512

БИКВАДРАТТЫ ТҮРЛЕНДІРУДІҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗІ

Әуез Кеңесбекұлы БӘЙДІБЕКОВ
техника ғылымдарының докторы, профессор
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

1. Кіріспе. Қолданбалы геометрия бойынша ғылыми жұмыстарды талдау нәтижесінде жазықтықты квадратты түрлендіру толық зерттелген және ғылым мен техникада қолданысқа ие. Бірақ төрт-төртмәнді сәйкестіктер және жазықтықты биквадратты түрлендіру теориялары аз зерттелген.

Сондықтан бұл мақалада беттеспейтін жазықтықтар арасындағы төрт-төртмәнді сәйкестіктер теориясының дамуына және жазықтықты биквадратты түрлендіру теориясына арналған.

Мақалада жазықтықты биквадратты түрлендірудің теориялық негіздерінің қалыптасуы мен алғашқы рет жазықтықты биквадратты түрлендірудің туындау заңдылығы зерттелді.

Орындалған теориялық және қолданбалы зерттеулер келесі қорытындылар жасауға мүмкіндік береді:

1. Екінші ретті екі беттің кескіндеудің қалыптастырылған кеңістік конструктивті сызбасы екі беттеспейтін жазықтықтар арасындағы төрт-төртмәнді сәйкестіктерді алудың жаңа заңдылығын орнатуға мүмкіндік берді.

2. Тұңғыш рет жазықтықты канондық биквадратты түрлендірудің теориялық ережелері жасалды.

3. Беттескен жазықтыққа екінші ретті екі беттерінің бинарлы кескінделуінен туындайтын жазықтықтың биквадратты түрлендіру алу әдісі қалыптасады.

4. Бұл әдіс жазықтықты канондық биквадратты түрлендірудің он екі түрін алуға мүмкіндік берді.

5. Қалыптастырылған алгоритм жазықтықты канондық биквадратты түрлендірудің математикалық үлгілерін анықтауға мүмкіндік бере отырып, бұл оларды тәжірибе жүзінде қолдануға қажет.

2. Жазықтықты биквадратты түрлендірудің теориялық негізі

2.1 Екі беттеспейтін жазықтықтар арасындағы төрт-төртмәнді сәйкестіктерді құрудың кеңістік конструктивті сызбасы

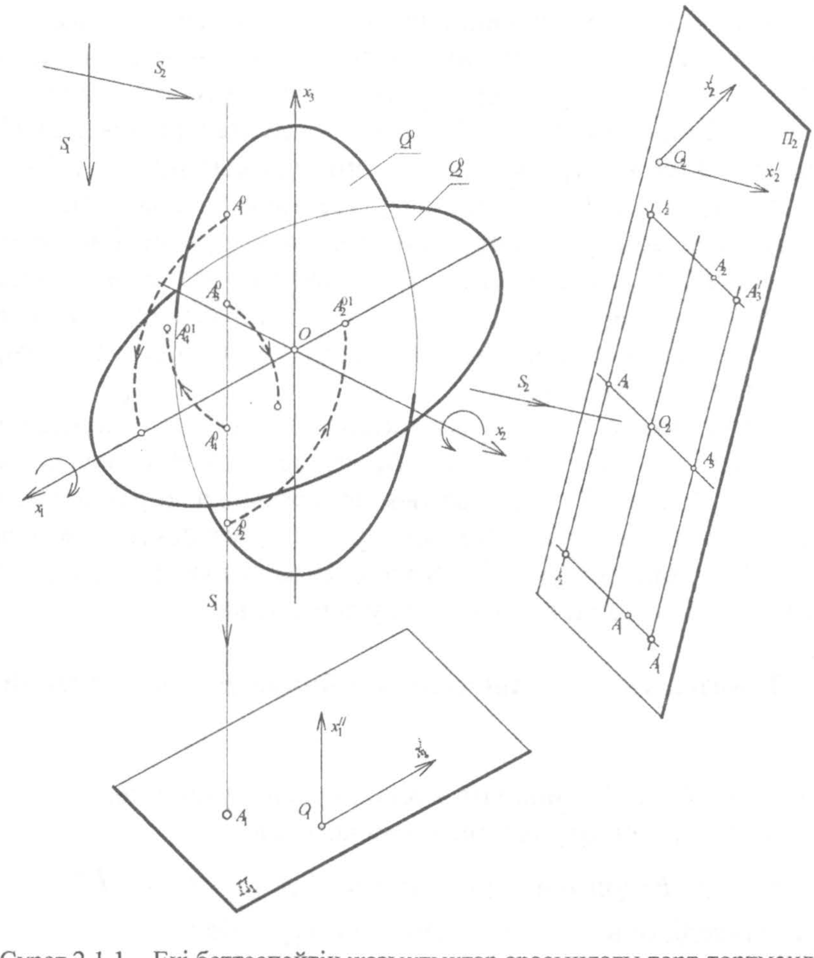
Екі беттеспейтін жазықтықтар арасындағы төрт-төртмәнді сәйкестіктерді құрудың кеңістік конструктивті сызбасын қарастырамыз.

$П_1$ және $П_2$ беттеспейтін жазықтықтар арасындағы төрт-төртмәнді сәйкестіктерді алудың мәні төмендегідей болады:

1. E_3 евклидті үш өлшемді кеңістікте екі Q_1^0 және Q_2^0 екінші ретпенен қиылысатын алгебралық беттер беріледі. Сонымен бірге *2.1.1* - суретіне сәйкес жалпы жағдайдағы $П_1$ және $П_2$ екі жазықтықтар проекциясы беріледі.

2. Берілген Q_1^0 және Q_2^0 беттерге A_1^0 мен A_2^0, A_3^0 пен A_4^0 нүктелерінде қиылысатын S_1 проециялаушы сәуле түсіреміз.

3. *2.1.1* - суретімен сәйкес OX_1 осінің оң бағыты OX_3 осінің теріс бағытымен сәйкес болатындай, Q_1^0 екінші ретті бетті OX_2 осі төңірегінде 90^0-қа айналдырамыз.



Сурет 2.1.1 – Екі беттеспейтін жазықтықтар арасындағы төрт-төртмәнді сәйкестіктерді құрудың кеңістік конструктивті сызбасы

Q_1^0 екінші ретті беттің Q_1^{01} жаңа жағдайын және A_1^0 мен A_2^0 нүктелеріне сәйкес келетін A_1^{01} мен A_2^{01} нүктелерін аламыз. A_1^{01} мен A_2^{01} нүктелерін S_2 проекциялаушы сәулемен $П_2$ жазықтығына проекциялау арқылы *2.1.1*- суретімен сәйкес A_1 мен A_2 нүктелерін аламыз.

4. Q_2^0 екінші ретті OX_1 ось төңірегіндегі *2.1.1*- суретке сәйкес OX_2 осінің оң бағыты OX_3 осінің теріс бағытымен сәйкес болатындай 90^0-қа айналдырамыз. Q_2^0 екінші ретті беттің Q_2^{01} жаңа жағдайын және A_3 пен A_4 нүктелеріне сәйкес келетін A_3^{01} пен A_4^{01} нүктелерін аламыз. A_3^{01} пен A_4^{01} нүктелерін S_2 проекциялаушы сәулемен $П_2$ жазықтығына проекциялаймыз, 2.1.1. суретіне сәйкес A_3 пен A_4 нүктелерін аламыз.

5. A_1 мен A_2 нүктелері арқылы OX_2 түзу параллель осьтерін жүргіземіз. Сонымен қатар, A_3 пен A_4 нүктелері арқылы OX_1 түзу параллель осьтерін жүргіземіз. Бұл төрт түзу сызықтар *2.1.1* - суретіне сәйкес $A_1^{/}$, $A_2^{/}$ және $A_3^{/}$, $A_4^{/}$ нүктелерінде өзара қиылысады.

Сонымен, жоғарыда көрсетілгендей конструктивті аппаратты рет-ретімен орындау нәтижесінде $П_1$ жазықтығындағы A нүктесіне $П_2$ жазықтығындағы $A_1^{/}$, $A_2^{/}$, $A_3^{/}$, $A_4^{/}$ нүктелері сәйкес келеді, яғни $П_1$ және $П_2$ беттеспейтін жазықтықтар арасында төрт-төртмәнді сәйкестіктер орнатылады.

Осыған ұқсас $П_2$ жазықтығындағы B нүктесіне $П_1$ жазықтығындағы $B_1^{/}$, $B_2^{/}$, $B_3^{/}$, $B_4^{/}$ нүктелері сәйкес келеді, яғни $П_2$ және $П_1$ беттеспейтін жазықтықтар арасында төрт-төртмәнді кері сәйкестік орнатылады. Келесі ретте беттескен жазықтықтар арасындағы төрт-төртмәнді түрлендіруді қарастырамыз, оны біз жазықтықты биквадратты түрлендіру деп атадық.

2.2 Жазықтықты каноникалық биквадратты түрлендіруді алу әдісі

Екінші беттегі бинарлы кескіндеуден туындаған жазықтықтың биквадратты түрлендіру әдісінің мәні келесіде.

Евклидті E_3 үш өлшемді кеңістікте екінші ретті Φ_1^0 және Φ_2^0 екі бет беріледі, оның теңдеуі мынандай түрде болады:

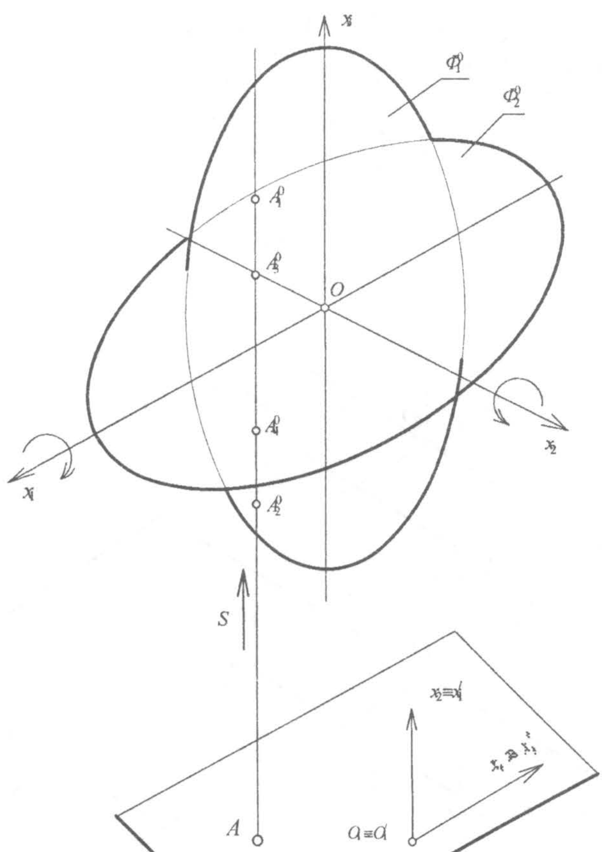
$$\Phi_1^0\left(x_1, x_2, x_3\right) = 0, \qquad (2.2.1)$$

$$\Phi_2^0\left(x_1, x_2, x_3\right) = 0, \qquad (2.2.2)$$

Мұндағы, x_1, x_2, x_3 – декартты координаталар;

Φ_1^0, Φ_2^0 – екінші ретті үздіксіз көпмүшелер.

Π_1 жазықтығында A нүктесін белгілейміз және осы нүкте арқылы 2.2.1 суретіне сәйкес берілген Φ_1^0 және Φ_2^0 беттерімен сәйкес A_1^0 мен A_2^0, A_3^0 пен A_4^0 нүктелерінде қиылысатын S тік сәулесін жүргіземіз.

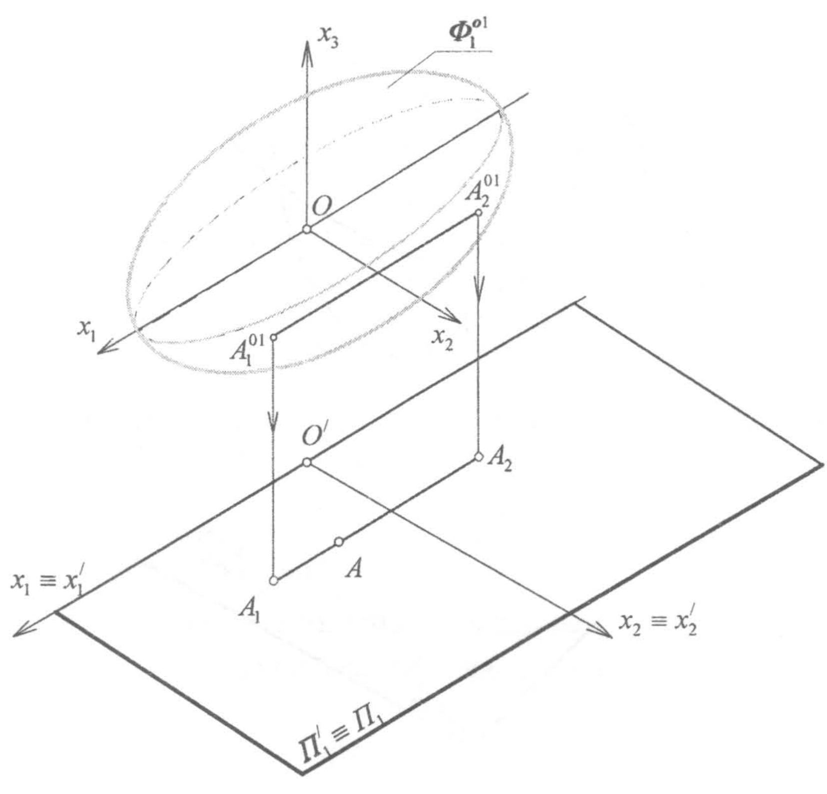


Сурет 2.2.1 – Жазықтықты биквадратты түрлендіруді алудың кеңістік үлгісі

Екінші ретті Φ_1^0 бетін ордината осі төңірегінде аппликата осінің оң бағыты абцисса осінің оң бағытымен сәйкес келтіріп айналдырамыз.

Басқаша айтқанда, Φ_1^0 екінші ретті беті γ_1 кеңістіктің түрлендіруіне (ордината осі төңірегінде 90^0 бұрышта айналады)ұшырайды, матрицасы мына теңдеуде беріледі:

$$\begin{pmatrix} X_1' \\ X_2' \\ X_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}. \qquad (2.2.3)$$



Сурет 2.2.2 - $\Pi_1 = \Pi_1'$ жазықтығына A_1^{01} мен A_2^{01} нүктелерін проекциялау

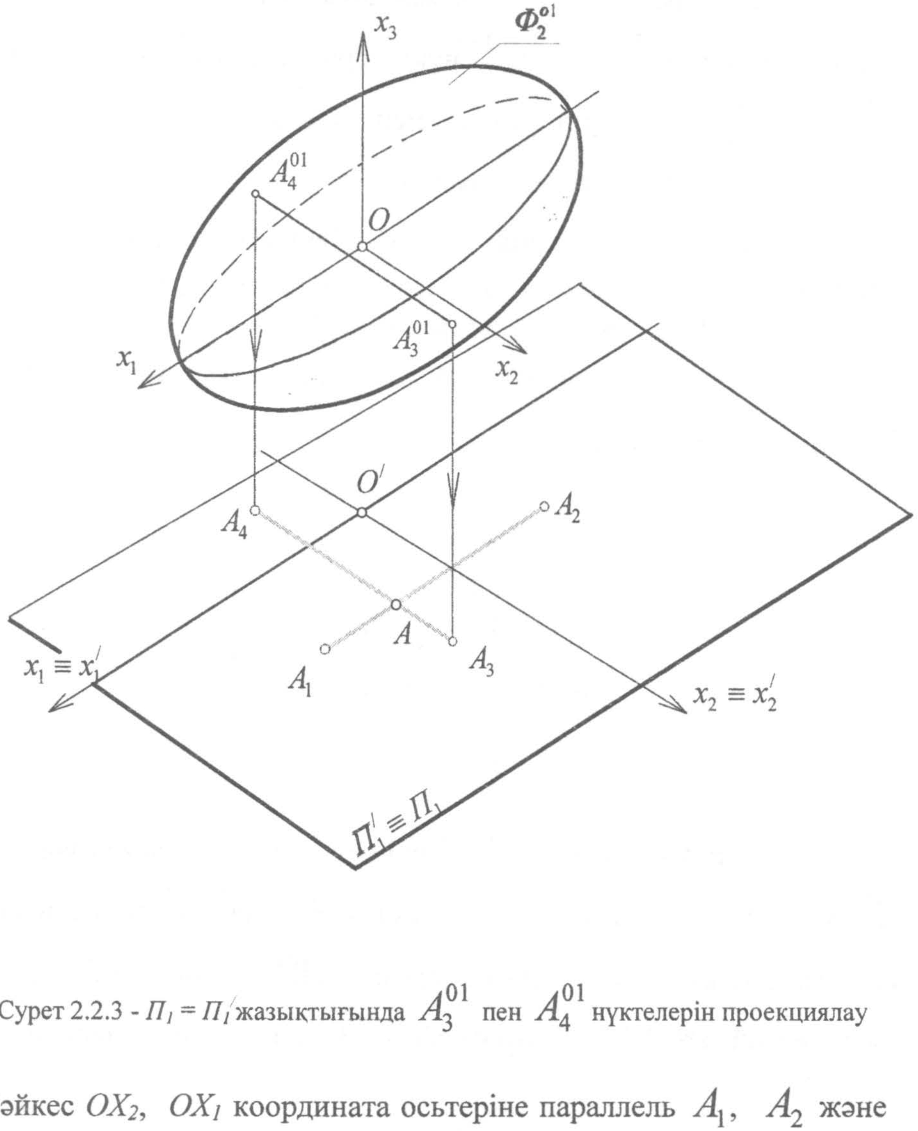
Φ_1^0 екінші ретті беттің жаңа жағдайын және A_1^0, A_2^0 нүктелеріне сәйкес келетін A_1^{01} мен A_2^{01} нүктелерін аламыз. Π_1 жазықтығына A_1^{01} мен A_2^{01} нүктелерін тік сәулемен проекциялаймыз, 2.2.2 суретіне сәйкес A_1 мен A_2 нүктелерін аламыз.

Φ_2^0 екінші ретті екінші беттегі абсцисса осі төңірегінде 2.2.3 суретіне сәйкес аппликата осінің оң бағыты ордината осінің оң бағытымен сәйкес келетіндей айналдырамыз.

Сонымен, келесі матрицалық теңдеулерде берілгендей Φ_2^0 бетті γ_1 кеңістік түрлендіруге келтіреміз:

$$\begin{pmatrix} X_1' \\ X_2' \\ X_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}. \qquad (2.2.4)$$

Түрлендіруден кейін Φ_2^0 екінші ретті беттің жаңа жағдайын және A_3^0 мен A_4^0 нүктелеріне сәйкес келетін A_3^{01}, A_4^{01} нүктелерін аламыз. Π_1 жазықтығына тік сәулелермен A_3^{01} мен A_4^{01} нүктелерін проекциялаймыз, 2.2.3 суретіне сәйкес A_3 мен A_4 нүктелерін аламыз.



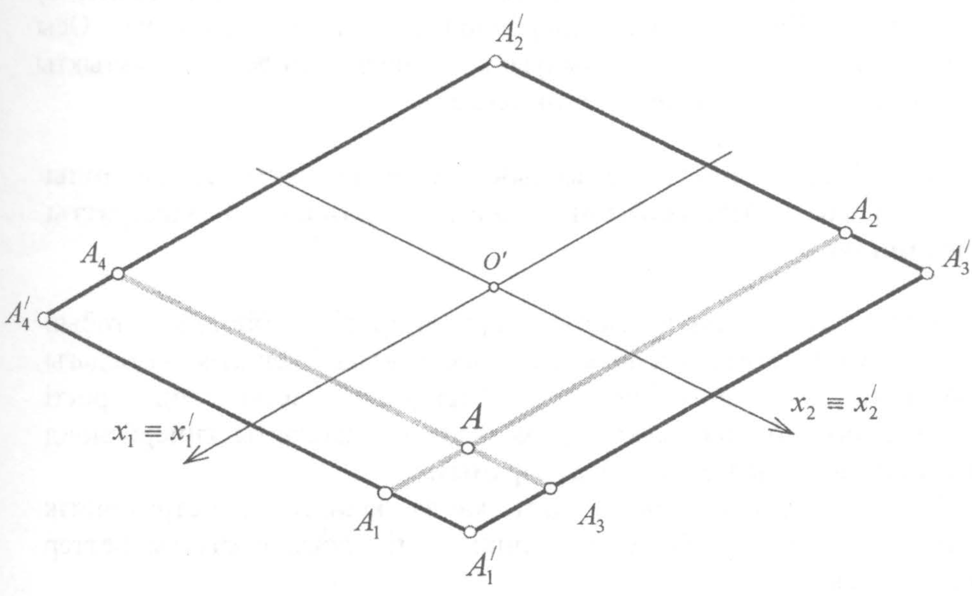
Сурет 2.2.3 - $\Pi_1 = \Pi_1'$ жазықтығында A_3^{01} пен A_4^{01} нүктелерін проекциялау

Сәйкес OX_2, OX_1 координата осьтеріне параллель A_1, A_2 және A_3, A_4 нүктелері арқылы түзулер жүргіземіз. 2.2.4 суретіне сәйкес төбелері A_1', A_2' және A_3', A_4' болатын төртбұрыш аламыз.

Жоғарыда айтылған конструктивті аппаратты рет-ретімен орындау нәтижесінде Π_1 жазықтығындағы әр A нүктесі $\Pi_1^/$ жазықтығындағы $A_1^/$, $A_2^/$ және $A_3^/$, $A_4^/$ төрт нүктелеріне түрленеді.

$\Pi_1^/ \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтықтағы нүктелердің екіпараметрлі көптігін ескере отырып, L әрпімен белгіленген жазықтықтың биквадратты түрленуін аламыз. Осыған ұқсас $\Pi_1^/$ жазықтығындағы әр $A^/$ нүктелерінің кері бағытта Π_1 жазықтығындағы төрт нүктеге түрленеді. Бұл түрлендіру $L^/$ әрпімен белгіленеді.

Жоғарыда айтылғаннан келесі теореманы қалыптастыруға болады:



Сурет 2.2.4 - $A_1^/$, $A_2^/$, $A_3^/$, $A_4^/$ нүктелерін алу

Теорема: *Егер сәйкес* γ_1 *және* γ_2 *кеңістік түрленуге ұшырайтын екі* Φ_1^0 *және* Φ_2^0 *айналу беті берілсе және олар*

$\Pi_1^{/} \equiv \Pi_1$ *жазықтығында* S *және* $s^{/}$ *бағыттар бойынша кескінделетін болса, онда* $\Pi_1^{/} \equiv \Pi_1$ *беттескен жазықтықтар арасында* L *және* $L^{/}$ *биквадратты түрлендіру қалыптасады.*

Жоғарыда ұсынылған кеңістік конструктивті сызбаны қолданғанда, жазықтықты L, $L^{/}$ канոникалық биквадратты түрлендірудің бірнеше түрлері алынды, бұл келесі бөлімде қарастырылады.

2.3 Жазықтықты канондикалық биквадратты түрлендіру

Жазықтықты биквадратты түрлендіру үшін екінші ретті екі бет жазықтыққа бинарлы кескінделген. Сонымен қатар үш жағдайды қарастырамыз: а) екінші ретті сызықтық емес беттердің үйлесімділігі; б) екінші ретті конустық және цилиндрлік беттердің үйлесімділігі; в) екінші ретті бір жолақты гиперболоидтардың үйлесімділігі. Осы жағдайлардың жүзеге асырылуының нәтижесінде жазықтықты биквадратты түрлендірудің үш тобы алынды.

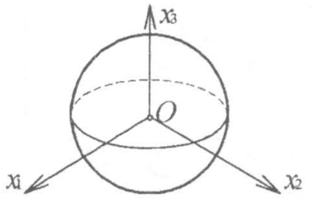
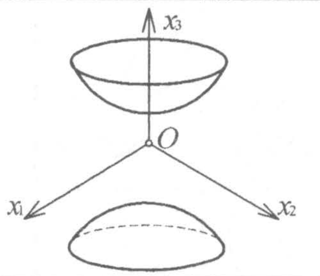
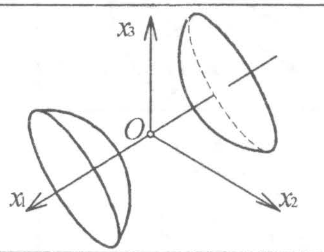
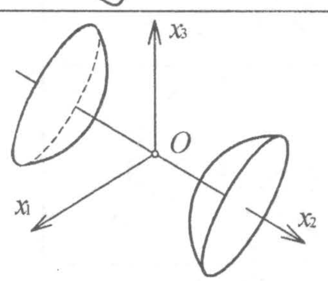
2.3.1 Екінші ретті екі қисық сызықты беттерде бинарлы кескінделуден туындайтын жазықтықтың биквадратты түрлендірілуі

Жазықтықты биквадратты түрлендірудің бірінші тобын модельдеу үшін, жоғарыда айтылған конструктивті кеңістік сызбадағы бинарлы кескінделген екінші ретті беттердің үйлесуі екінші ретті қисық сызықты беттер, яғни сфера және екі жолақты гиперболоид болып табылатын жағдайды қарастырамыз.

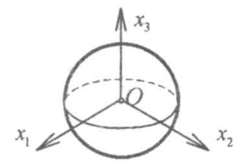
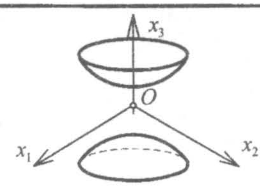
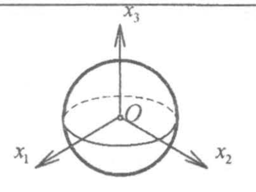
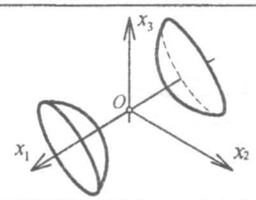
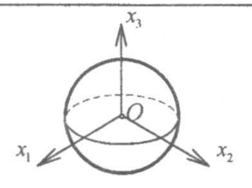
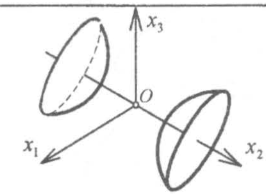
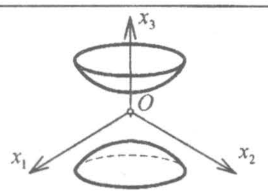
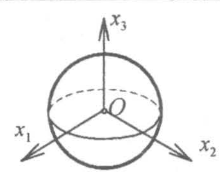
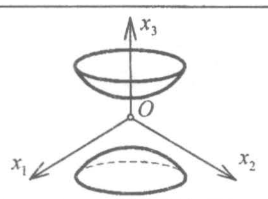
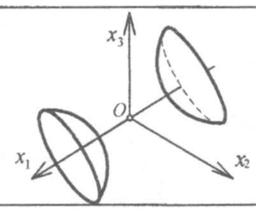
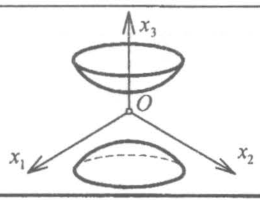
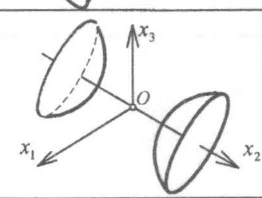
2.3.1 кестеде жұптасып қатысқанда кеңістік конструктивтік сызбаның элементтері болатын екінші ретті қисық сызықты беттер тізімі берілген

Бұл төрт беттен Φ_1^0 және Φ_2^0 кескінделетін беттер үйлесімділігінің он екі нұсқасы жасалған, олар 2.3.2 кестесінде келтірілген.

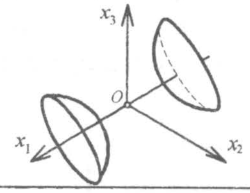
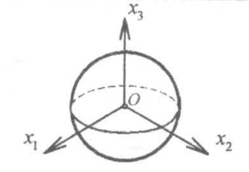
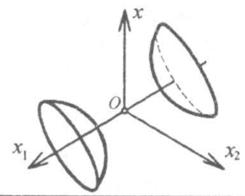
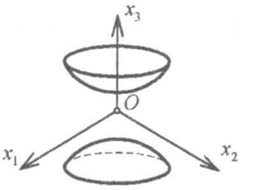
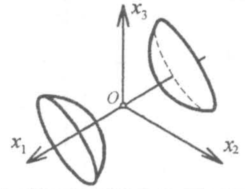
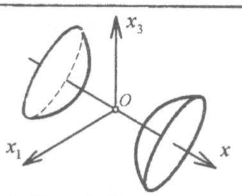
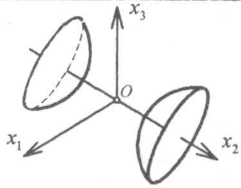
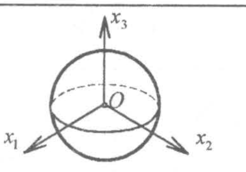
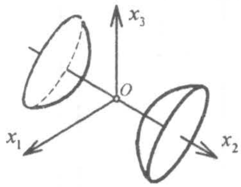
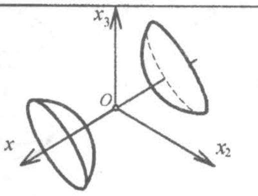
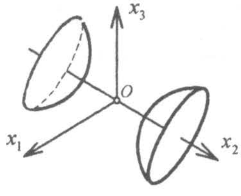
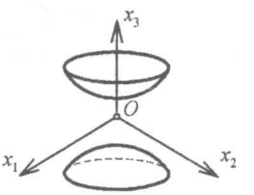
Кесте 2.3.1 – Екінші ретті қисық сызықты беттер тізімі

Изображение отображаемой поверхности	*отображаемой поверхности*
	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=R^2$
	$x_3^2=x_1^2+x_2^2+R^2$
	$x_1^2=x_2^2+x_3^2+R^2$
	$x_2^2=x_1^2+x_3^2+R^2$

Кесте 2.3.2 – Биквадратты түрлендіруін алу үшін кеңістік конструктивті сызбасына қатысқан екінші ретті қисық сызық беттердің үйлесімділігін қарастырамыз

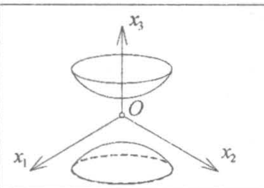
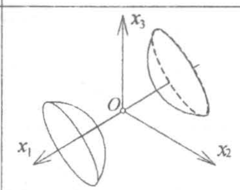
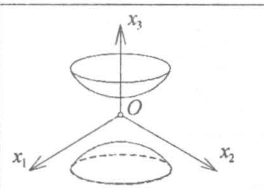
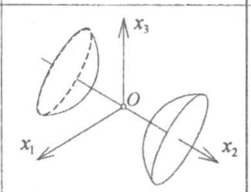
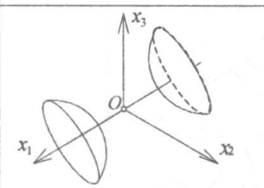
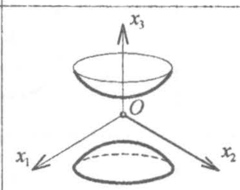
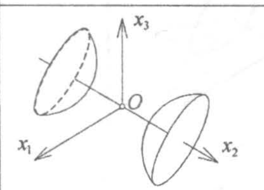
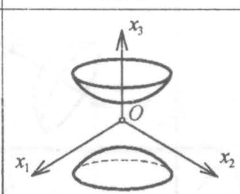
Отображаемая поверхность Φ_1^0	*Отображаемая поверхность* Φ_2^0
	
	
	
	
	
	

2.3.2 кестенің жалғасы

Отображаем ая поверхност ьΦ_1^0	*Отображаем ая поверхност ьΦ_2^0*
	
	
	
	
	
	

Зерттеу нәтижесі бойынша 2.3.2 кестесіне сәйкес 1 – 4, 7, 9, 10, 12 реттік нөмірлеріндегі тармақтарында көрсетілгендей, жазықтықтың (4-4)-мәнді сәйкестіктері туындайды, ал 5, 6, 8, 11 реттік нөмірлеріндегі тармақтарында 2.3.3 кестесіне сәйкес жазықтықты L, $L^{/}$ каноникалық биквадратты түрлендірудің төрт түрін алуға болады.

Кесте 2.3.3 – Екі қисық сызықты беттердің бинарлы кескінделуінен туындаған жазықтықты биквадратты түрлендіру

№ / №	*Отображаемая поверхности* Φ_1^0	*Отображаемая поверхности* Φ_2^0	*Обозначение биквадратичного преобразования*
1			$L_1, L_1^{/}$
2			$L_2, L_2^{/}$
3			$L_3, L_3^{/}$
4			$L_4, L_4^{/}$

Жазықтықты биквадратты түрлендірудің Φ_1^0 бірінші беті OX_3 нақты осі бар екі жолақты гиперболоид, ал Φ_2^0 екінші беті OX_1 нақты осі бар екі жолақты гиперболоид болғандағы үлгісін қарастырайық.

2.2 бөлімінде ұсынылған тәсілге сәйкес Φ_1^0 беті:

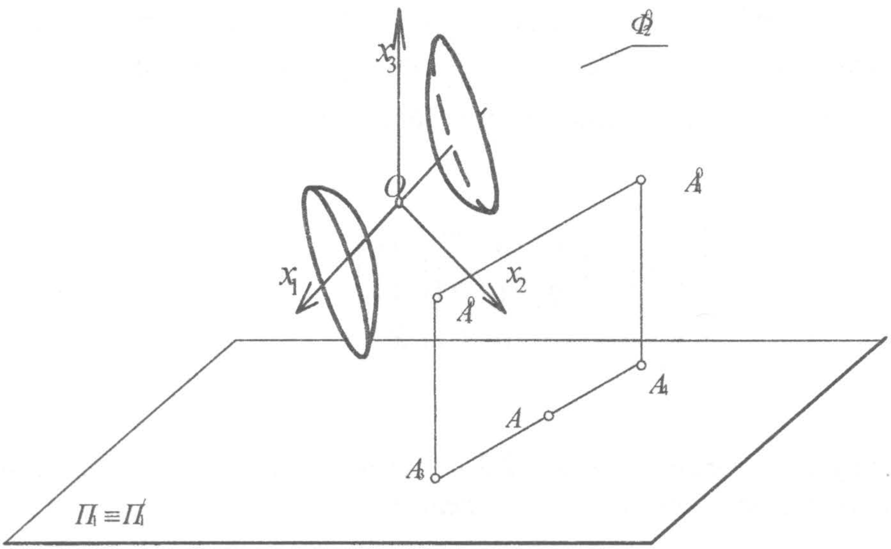
$$\begin{pmatrix} X_1' \\ X_2' \\ X_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}, \qquad (2.3.1)$$

түрлендіруге ұшырайды және 2.3.1 суретіне сәйкес Π_1 проекция жазықтығында ортогональды кескінделеді.

Φ_2^0 беті:

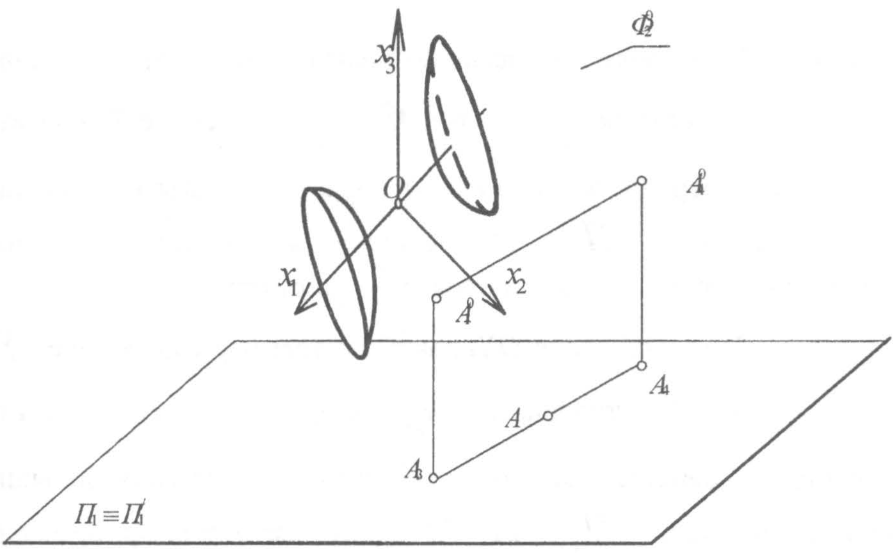
$$\begin{pmatrix} X_1' \\ X_2' \\ X_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}, \qquad (2.3.2)$$

түрлендіруге ұшырайды және содан кейін 2.3.2 суретіне сәйкес Π_1' проекция жазықтығында ортогональды кескінделеді.



Сурет 2.3.1 – $\Pi_1^/ = \Pi_1$ жазықтығына A_1^{01} және A_2^{01} нүктелерін проекциялау

Жоғарыда айтылған тәсілдердің орындалу нәтижесінде Π_1 жазықтығындағы әр нүкте $\Pi_1^/$ жазықтықтағы төрт нүктеге түрленеді. $\Pi_1^/ \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтықтардағы нүктелердің екі параметрлі көптігін ескере отырып, жазықтықтың биквадратты түрлендіруін аламыз. Осыған сәйкес кері бағытта $\Pi_1^/$ жазықтығындағы әр нүкте Π_1 жазықтығындағы төрт нүктеге түрленетіндігін көрсетуге болады.



Сурет 2.3.2 - $П_1^/ = П_1$жазықтығына A_3^{01} және A_4^{01} нүктелерін проекциялау

Жоғарыда көрсеткендей келесі салдарды қалыптастыруға болады.

1- салдар. Егер сәйкес OX_3 және OX_1 нақты осьтері бар сәйкесінше γ_1 және γ_2 кеңістік түрленетін Φ_1^0 және Φ_2^0 екі жолақты гиперболоидтар берілсе және олар S және $S^/$ бағыты бойынша проекцияланса, онда $П_1^/ \equiv П_1$ беттескен жазықтықтар арасында L_1 және $L_1^/$ жазықтықтың биквадратты түрлендіру орнатылады.

2- салдар. Егер сәйкес OX_3 және OX_2 нақты осьтері бар сәйкесінше γ_1 және γ_2 кеңістік түрленетін Φ_1^0 және Φ_2^0 екі жолақты гиперболоидтар берілсе және олар S және $S^/$ бағыты бойынша проекцияланса, онда $\Pi_1^/ \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтықтар арасында жазықтықты L_2 және $L_2^/$ биквадратты түрлендіру орнатылады.

3-салдар. Егер сәйкес OX_1 және OX_3 нақты осьтері бар сәйкесінше γ_1 және γ_2 кеңістік түрленетін Φ_1^0 және Φ_2^0 екі жолақты гиперболоидтар берілсе және олар S және $S^/$ бағыты бойынша проекцияланса, онда $\Pi_1^/ \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтықтар арасында жазықтықты L_3 және $L_3^/$ биквадратты түрлендіру орнатылады.

4-салдар. Егер OX_2 және OX_3 нақты осьтері бар сәйкесінше γ_1 және γ_2 кеңістік түрленетін Φ_1^0 және Φ_2^0 екі жолақты гиперболоидтар берілсе және олар S және $S^/$ бағыты бойынша проекцияланса, онда $\Pi_1^/ \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтықтар арасында жазықтықты L_4 және $L_4^/$ биквадратты түрлендіру орнатылады.

2.3.2 Жазықтықты екінші ретті конустық және цилиндрлік жазықтықтардың бинарлы кескіндеуінен туындайтын биквадратты түрлендіру

Жазықтықты биквадратты түрлендірудің екінші тобын модельдеу үшін, бинарлы кескінделген екінші ретті беттердің үйлесуі екінші ретті сызықты беттер, мысалға конустық және цилиндрлік айналу беттері болып табылатын жағдайды қарастырамыз.

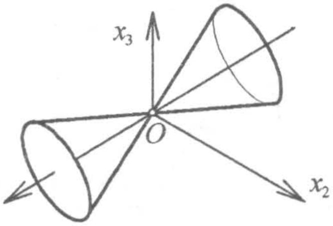
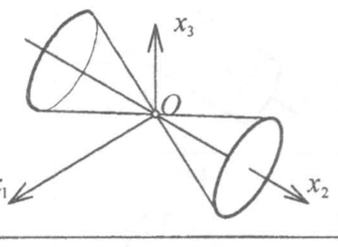
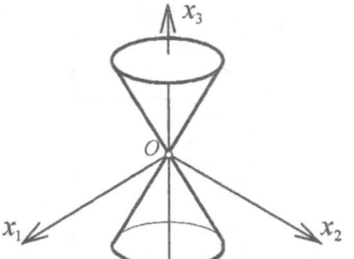
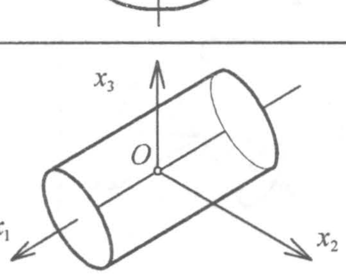
2.3.4 кестеде жұптасып қатысқанда кеңістік конструктивті сызбаның элементтері болатын екінші ретті сызықты беттердің тізімі берілген.

Осы берілген төрт беттен Φ_1^0 және Φ_2^0 кескінделетін беттер үйлесуінің он үш нұсқасы құрылған, олар 2.3.5 кестесінде келтірілген.

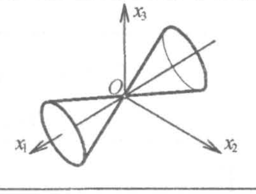
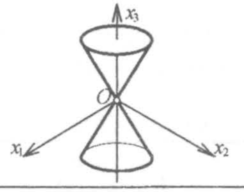
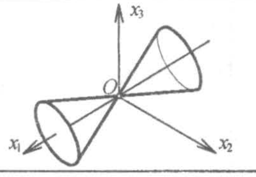
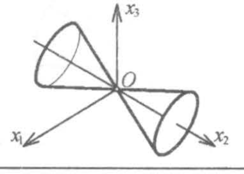
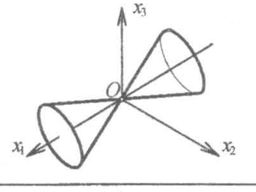
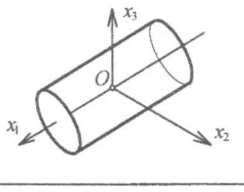
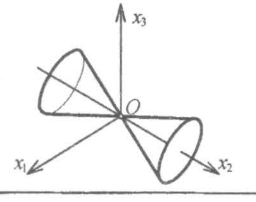
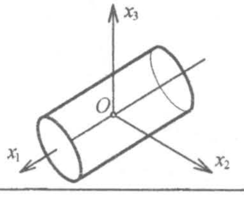
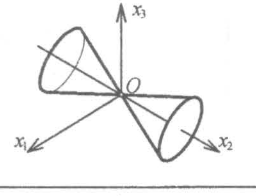
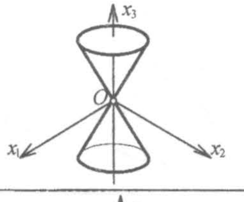
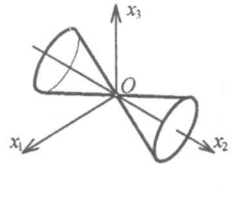
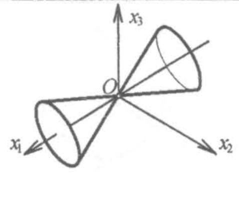
Зерттеу нәтижесінде 2.3.5 кестесіне сәйкес 2-4, 6, 9-13 реттік нөмірлеріндегі тармақтарында көрсетілгендей, (4-4)-мәнді сәйкестік қалыптасады, ал 1, 5, 7, 8 реттік нөмірлеріндегі тармақтарында 2.3.6

кестесіне сәйкес $L, L^{/}$ конустық биквадратты түрлендірудің төрт түрін алуға мүмкіндік берді.

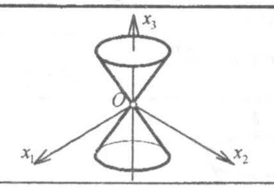
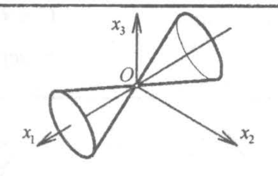
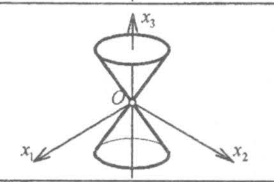
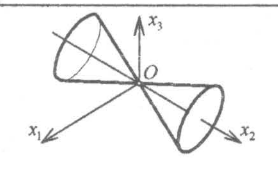
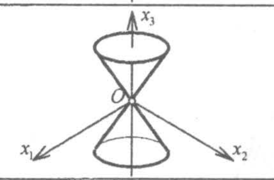
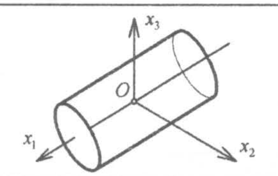
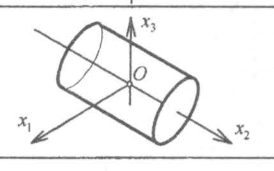
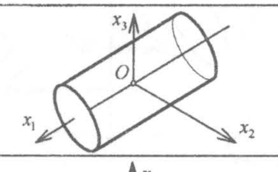
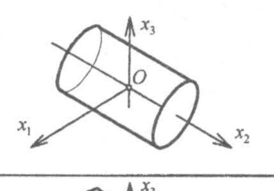
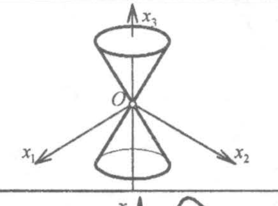
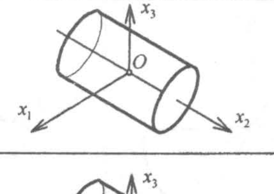
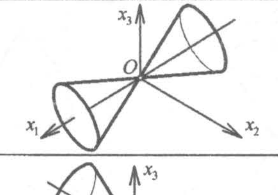
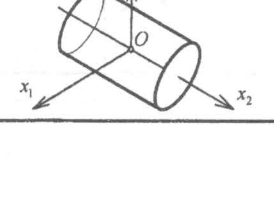
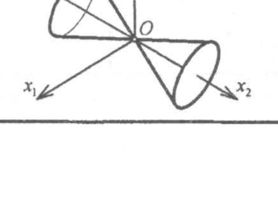
Кесте 2.3.4 – Екінші ретті конустық және цилиндрлік беттер тізімі

<table>
<tr><th>Изображение отображаемой поверхности</th><th>Уравнение отображаемой поверхности</th></tr>
<tr><td>
</td><td>$x_1^2 = x_2^2 + x_3^2$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$x_2^2 = x_1^2 + x_3^2$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$x_3^2 = x_2^2 + x_1^2$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$x_2^2 + x_3^2 = R^2$</td></tr>
</table>

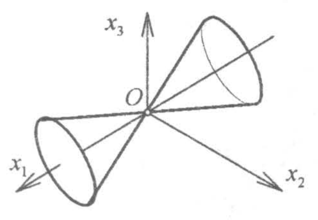
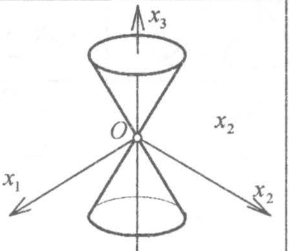
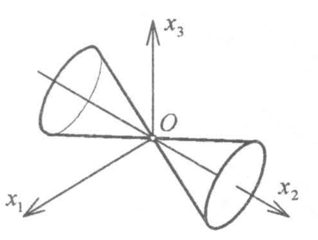
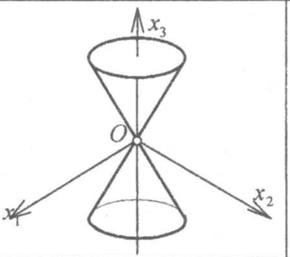
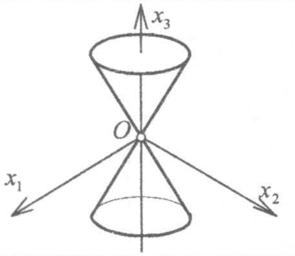
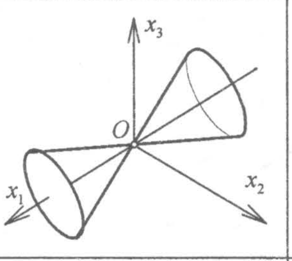
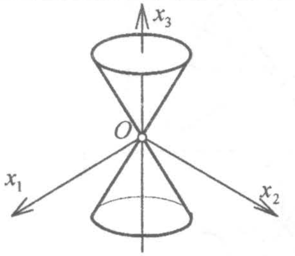
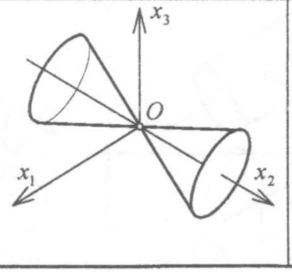
Кесте 2.3.5 – биквадратты түрлендіруді алу үшін конструктивті сызбаға жұптасып қатысатын конустық және цилиндрлік екінші ретті беттердің үйлесуі

Отображаемая поверхность Φ_1^0	*Отображаемая поверхность* Φ_2^0
	
	
	
	
	
	

2.3.5-кестенің жалғасы

Отображаемая поверхность Φ_1^0	Отображаем ая поверхност ь Φ_2^0
	
	
	
	
	
	
	

Кесте 2.3.6 – Екінші ретті конустық және цилиндрлік беттер жұбының бинарлы кескінделуіне туындаған жазықтықты биквадратты түрлендіру

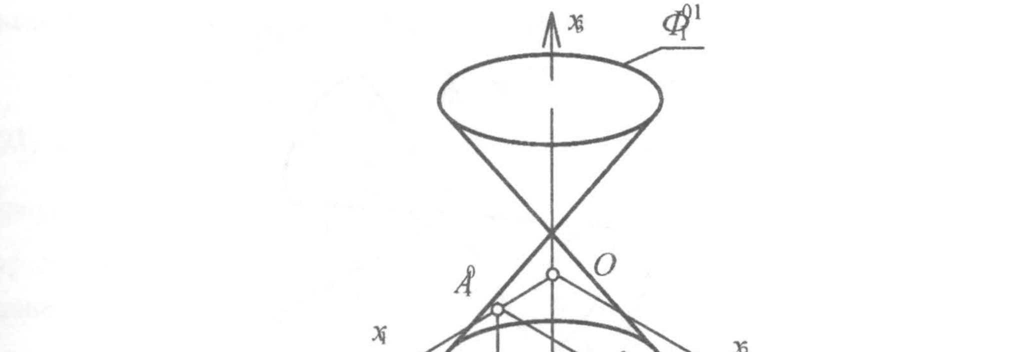
Отображаемая поверхности Φ_1^0	*Отображаемая поверхности Φ_2^0*	*Обозначение биквадратичного преобразовия*
		$L_5, L_5^{/}$
		$L_6, L_6^{/}$
		$L_7, L_7^{/}$
		$L_8, L_8^{/}$

Φ_1^0 бірінші бет OX_1 нақты осі бар дөңгелек конус, ал Φ_2^0 екінші бет OX_3 нақты осі бар дөңгелек конус болғандағы, жазықтықты биквадратты түрлендіру үлгісінің мысалын қарастырамыз.

2.2 бөлімінде ұсынылған әдіске сәйкес Φ_1^0 екінші ретті бетті OX_1 осінің төңірегінде OX_3 осінің оң бағыты OX_1 осінің оң бағытымен сәйкес келетіндей айналдырамыз. Басқаша айтқанда, Φ_1^0 екінші ретті конустық бет OX_1 нақты осінің төңірегінде айналып, түрленуге ұшырайды.

$$\begin{pmatrix} X_1' \\ X_2' \\ X_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}, \qquad (2.3.3)$$

және 2.3.3 суретіне сәйкес Π_1 проекция жазықтығында ортогональды кескінделеді.

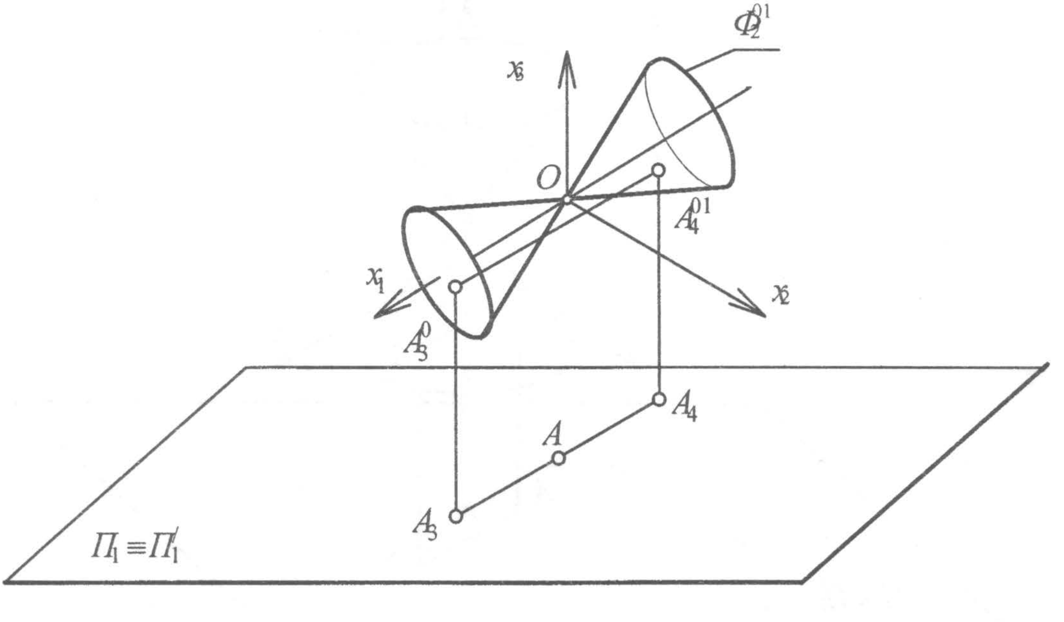


Сурет 2.3.3 - $\Pi_1' = \Pi_1$жазықтығына A_1^{01} және A_2^{01} нүктелерін проекциялау

Φ_2^0 екінші ретті конустық бетті OX_1 осінің төңірегінде OX_3 осінің оң бағыты OX_2 осінің оң бағытымен сәйкес келетіндей айналдырамыз. Басқаша айтқанда, Φ_2^0 беті 90^0 жасап айналып, түрлендіруге ұшырайды.

$$\begin{pmatrix} X_1' \\ X_2' \\ X_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}, \qquad (2.3.4)$$

Сонымен қатар 2.3.4 суретіне сәйкес $П_1$ проекция жазықтығында ортогональды кескінделеді.



Сурет 2.3.4 – $П_1^{/} = П_1$ жазықтығына A_1^{01} және A_2^{01} нүктелерін проекциялау

Жоғарыда көрсетілген әдістің рет-ретімен жүзеге асырылу нәтижесінде Π_1 жазықтығындағы әр нүкте $\Pi_1^/$ жазықтығындағы төрт нүктеге түрленеді. $\Pi_1^/ \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтығындағы нүктелердің екіпараметрлі көптігін ескергенде, жазықтықтың биквадратты түрлендіруін аламыз. Осыған ұқсас кері бағытта $\Pi_1^/$ жазықтығындағы әр нүкте Π_1 жазықтығындағы төрт нүкте болып түрленеді.

Жоғарыда айтылғандардың негізінде келесі салдарды қалыптастыруға болады.

5-салдар. Егер сәйкес γ_1 және γ_2 кеңістік түрленетін, OX_3 жалған осі мен OX_1 жалған осі бар екі Φ_1^0 және Φ_2^0 екінші ретті конустық бет берілсе және олар S және $S^/$ бағыты бойынша проекцияланса, онда $\Pi_1^/ \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтықтар арасында L_5 және $L_5^/$ жазықтықты биквадратты түрлендіру орнатылады.

6-салдар. Егер сәйкес γ_1 және γ_2 кеңістік түрленетін, сәйкес OX_2 және OX_3 жалған осьтері бар екі Φ_1^0 және Φ_2^0 екінші ретті конустық беттер берілсе және олар S және $S^/$ бағыты бойынша проекцияланса, онда $\Pi_1^/ \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтықтар арасында L_6 және $L_6^/$ жазықтықты биквадратты түрлендіру орнатылады.

7-салдар. Егер сәйкес γ_1 және γ_2 кеңістік түрленетін, OX_3 жалған осі бар Φ_1^0 және OX_3 жалған осі бар Φ_2^0 екінші ретті конустық беттер берілсе және олар S және $S^/$ бағыты бойынша проекцияланса, онда $\Pi_1^/ \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтықтар арасында L_7 және $L_7^/$ жазықтықты биквадратты түрлендіру орнатылады.

8-салдар. Егер сәйкес γ_1 және γ_2 кеңістік түрленетін, сәйкес OX_3 және OX_2 жалған осьтері бар екі Φ_1^0 және Φ_2^0 екінші ретті конустық беттер берілсе және олар S және $S^{/}$ бағыты бойынша проекцияланса, онда $\Pi_1^{/} \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтықтар арасында L_8 және $L_8^{/}$ жазықтықты биквадратты түрлендіруі орнатылады.

2.3.2 Жазықтықты екінші ретті конустық және цилиндрлік жазықтықтардың бинарлы кескіндеуінен туындайтын биквадратты түрлендіру

Жазықтықты биквадратты түрлендірудің үшінші тобын модельдеу үшін, бинарлы кескінделген екінші ретті беттердің үйлесуі екінші ретті сызықты беттер, мысалға сфера және екі жолақты гиперболоид болып табылатын жағдайды қарастырамыз.

2.3.7-кестеде жұптасып кеңістік конструктивті сызбаның элементтері болатын екінші ретті түзу сызықты беттердің тізімі берілген.

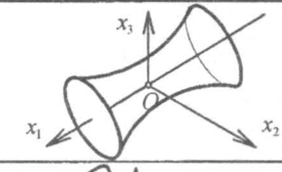
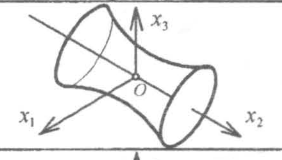
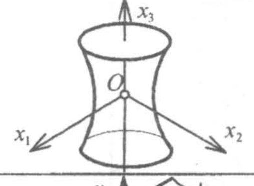
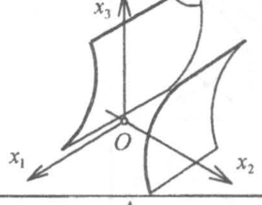
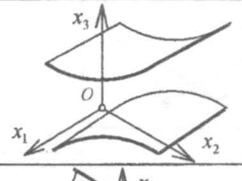
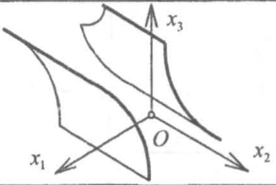
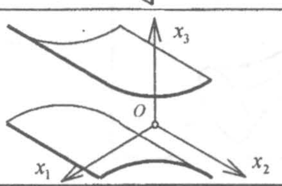
Осы берілген жеті беттерден Φ_1^0 және Φ_2^0 кескінделетін беттердің үйлесімділігінің жиырма екі нұсқасы жасалған, олар 2.3.8-кестеде келтірілген.

Зерттеу нәтижесінде 2.3.5 кестесіне сәйкес 2-4, 6, 9-13 реттік нөмірлеріндегі тармақтарында көрсетілгендей, (4-4)-мәнді сәйкестік қалыптасады, ал 1, 5, 7, 8 реттік нөмірлеріндегі тармақтарында 2.3.6 кестесіне сәйкес $L, L^{/}$ конустық биквадратты түрлендірудің төрт түрін алуға мүмкіндік берді.

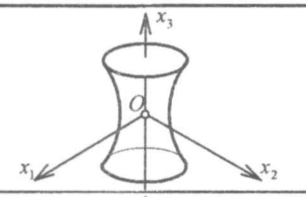
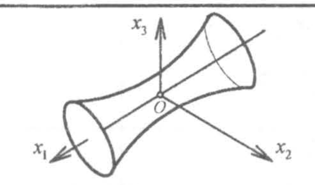
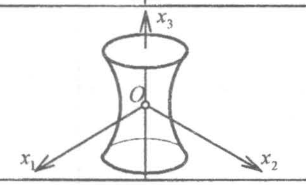
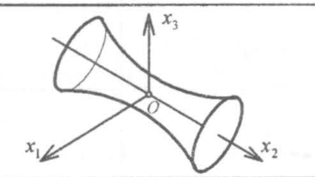
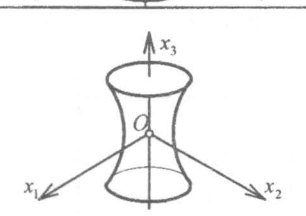
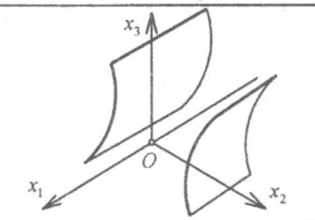
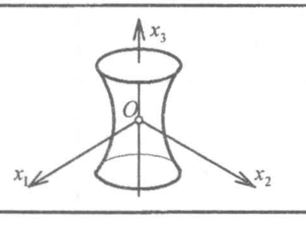
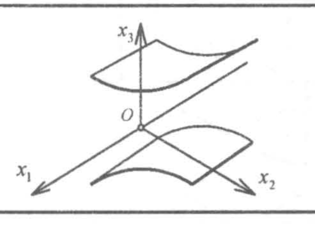
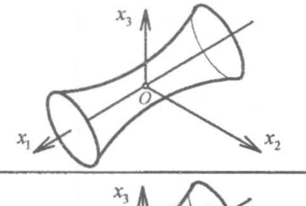
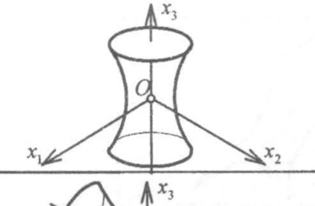
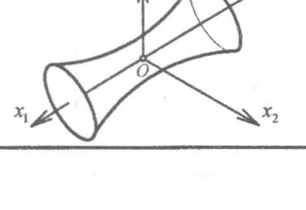
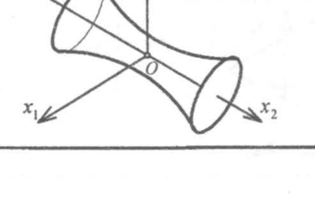
Зерттеу нәтижесінде 2.3.8 кестесіне сәйкес 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11 – 22 реттік нөмірлеріндегі тармақтарында көрсетілгендей, жазықтықтың (4-4)-мәнді сәйкестіктер, ал 1, 2, 5, 9 реттік нөмірлеріндегі тармақтарында 2.3.6 кестесіне сәйкес *L, L/* конустық биквадратты түрлендірудің төрт түрін алуға мүмкіндік берді.

Жазықтықты биквадратты түрлендірудің Φ_1^0 бірінші беті *OX3* нақты осі бар бір жолақты гиперболоид, ал Φ_2^0 екінші беті *OX1* нақты осі бар бір жолақты гиперболоид болғандағы үлгісін қарастырайық.

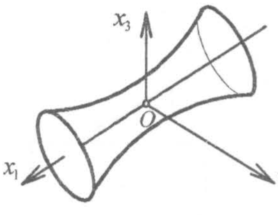
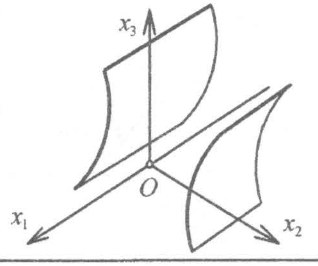
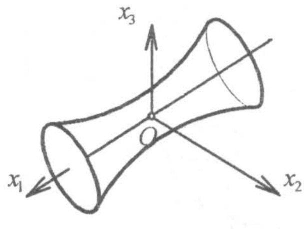
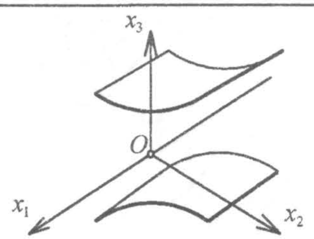
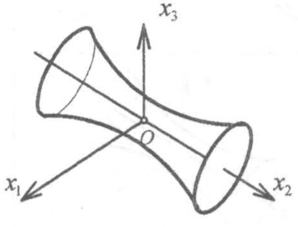
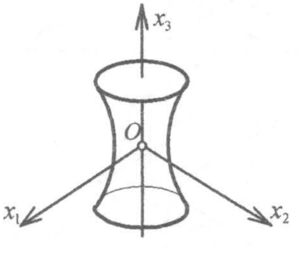
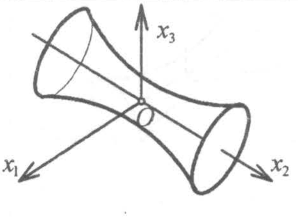
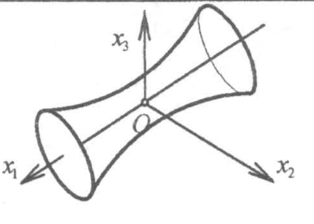
Кесте 2.3.7 – Екінші ретті сызықты гиперболалы беттердің тізімі

Изображение отображаемой поверхности	*Уравнение отображаем ой поверхност и*
	$x_1^2 = x_2^2 + x_3^2 - R^2$
	$x_2^2 = x_1^2 + x_3^2 - R^2$
	$x_3^2 = x_2^2 + x_1^2 - R^2$
	$x_2^2 - x_3^2 = R^2$
	$x_3^2 - x_2^2 = R^2$
	$x_1^2 - x_3^2 = R^2$
	$x_3^2 - x_1^2 = R^2$

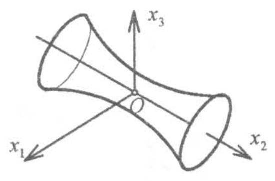
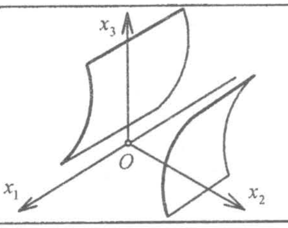
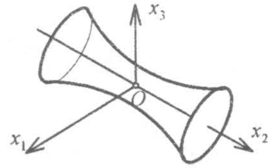
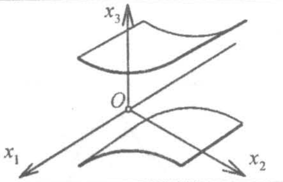
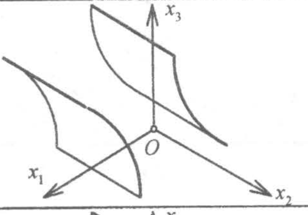
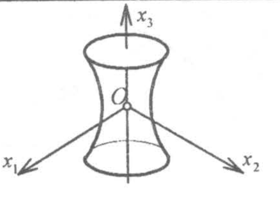
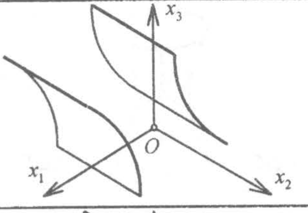
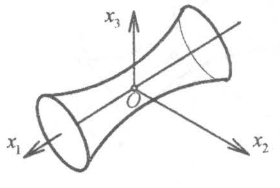
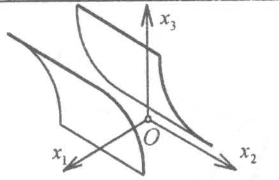
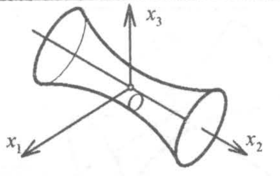
Кесте 2.3.8 – Биквадратты түрлендіруді алу үшін конструктивті сызбаға қатысатын екінші ретті сызықты гиперболалы беттердің үйлесімділігі

Отображаемая поверхность Φ_1^0	*Отображаемая поверхность* Φ_2^0
	
	
	
	
	
	

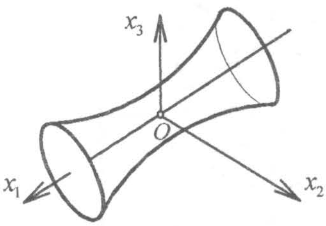
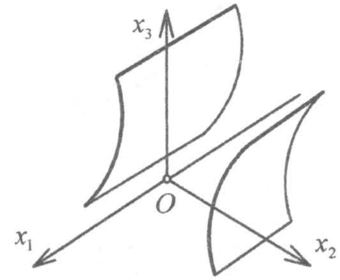
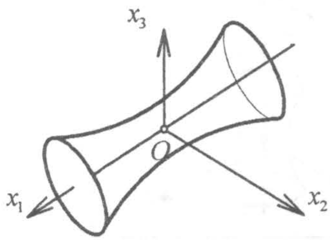
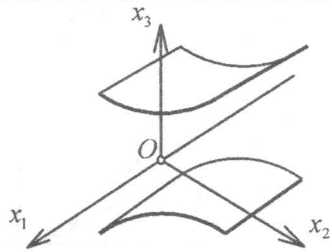
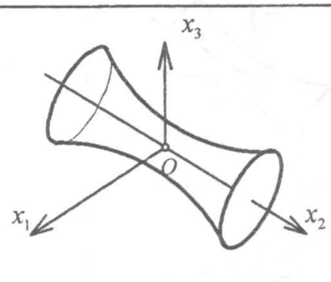
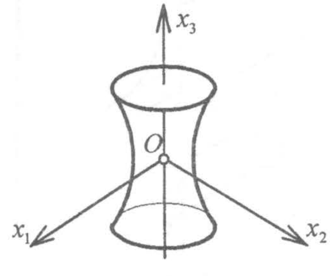
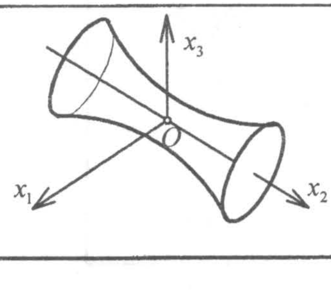
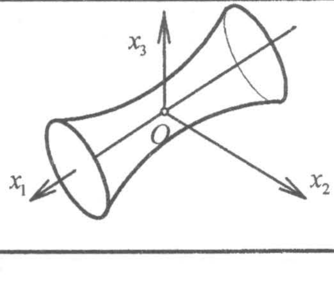
2.3.8-кестенің жалғасы

Отображаемая поверхность Φ_1^0	*Отображаемая поверхность* Φ_2^0
	
	
	
	

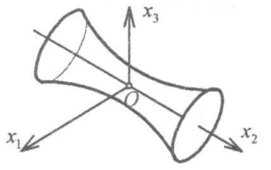
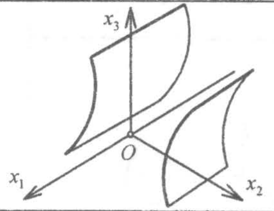
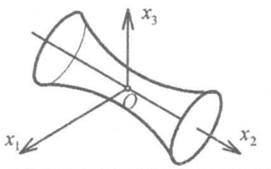
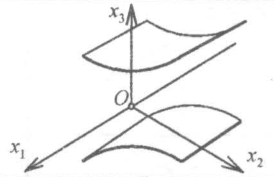
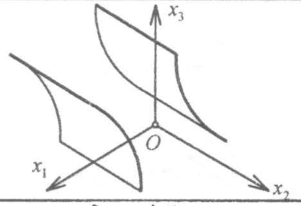
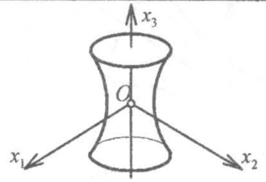
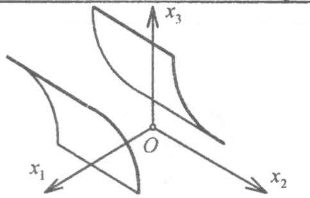
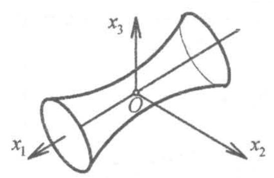
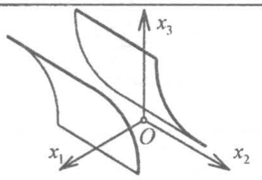
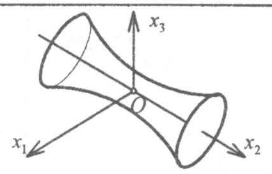
2.3.8 кестенің жалғасы

№/ №	Отображаемая поверхность Φ_1^0	Отображаемая поверхность Φ_2^0
11		
12		
13		
14		
15		

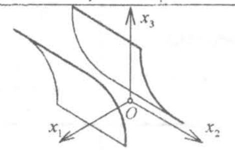
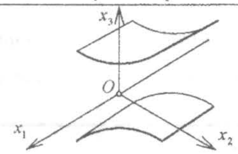
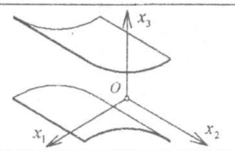
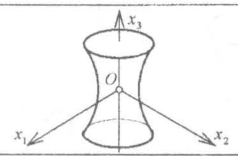
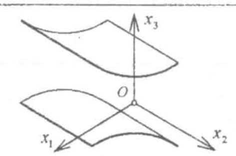
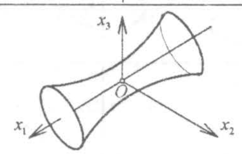
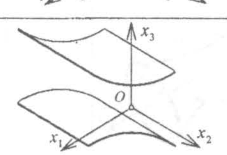
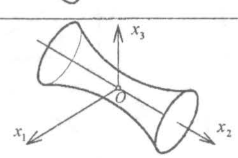
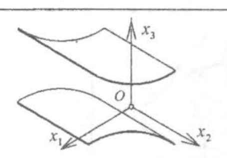
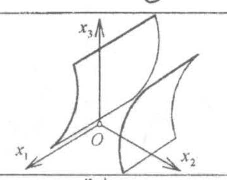
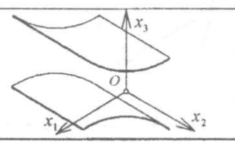
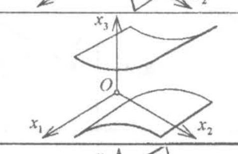
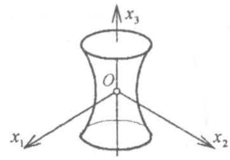
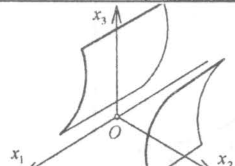
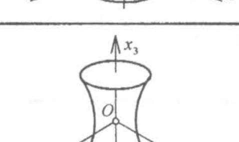
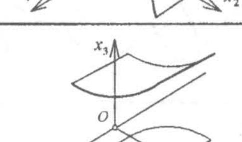
2.3.8 кестенің жалғасы

Отображаемая поверхность Φ_1^0	*Отображаемая поверхность* Φ_2^0
	
	
	
	

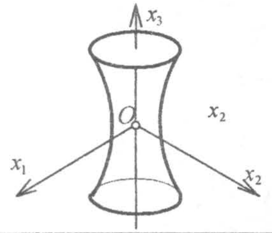
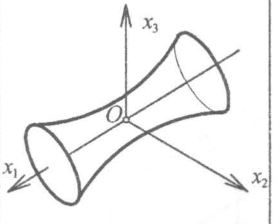
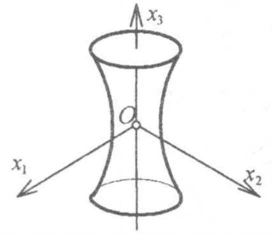
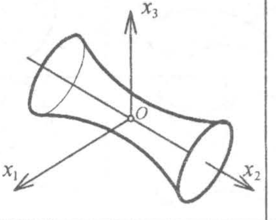
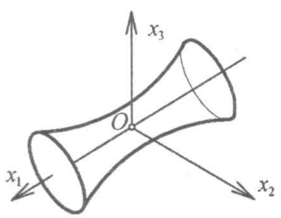
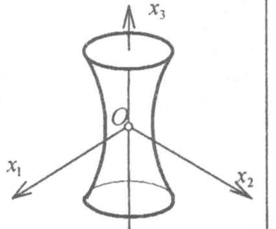
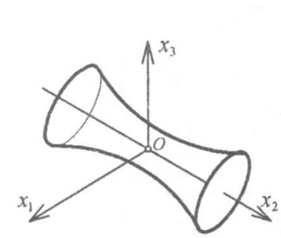
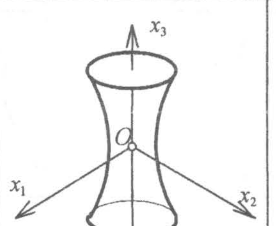
2.3.8 кестенің жалғасы

№/ №	*Отображаемая поверхность* Φ_1^0	*Отображаемая поверхность* Φ_2^0
11		
12		
13		
14		
15		

2.3.8 кестенің жалғасы

Отображаемая поверхность Φ_1^0	*Отображаемая поверхность Φ_2^0*
	
	
	
	
	
	
	
	

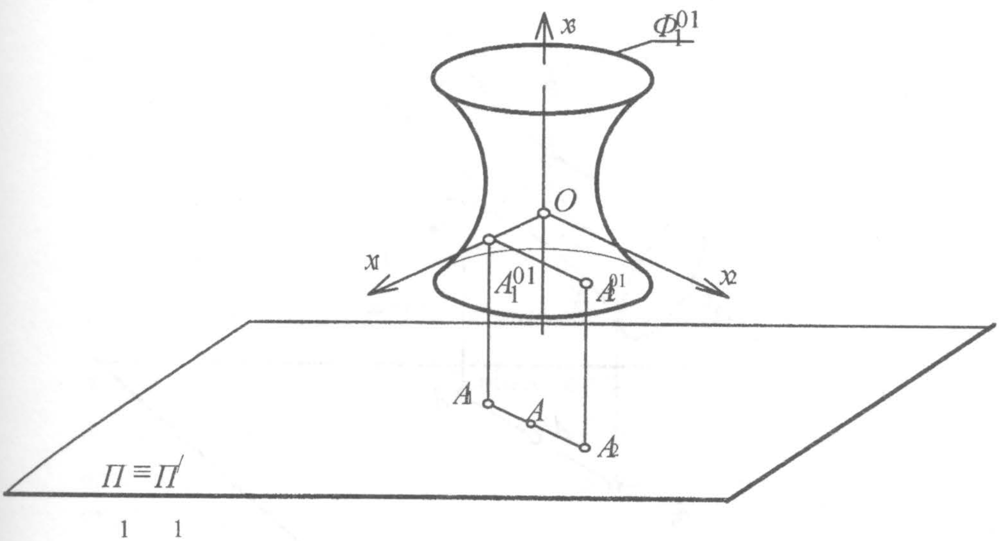
2.3.9 кесте – Екінші ретті сызықты гиперболалы беттердің кескінделуінен туындайтын биквадратты түрлендіру

<table>
<tr><th>Отображаемая поверхность Φ_1^0</th><th>Отображаемая поверхность Φ_2^0</th><th>Определение прямого и обратного биквадратного преобразования</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>L_9, L_9'</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>L_{10}, L_{10}'</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>L_{11}, L_{11}'</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>L_{12}, L_{12}'</td></tr>
</table>

2.2 бөлімінде берілген әдіс бойынша Φ_1^0 беті:

$$\begin{pmatrix} X_1' \\ X_2' \\ X_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}. \qquad (2.3.7)$$

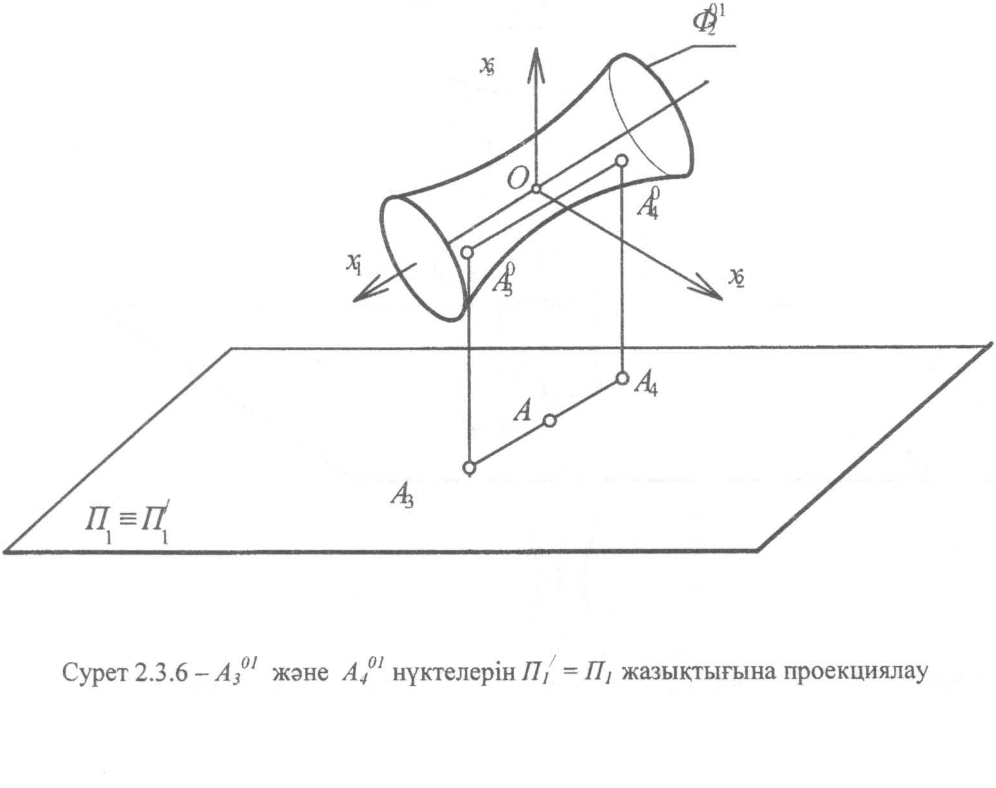
түрлендіруге ұшырайды және содан кейін 2.3.5 суретіне сәйкес $П_1^{/}$ проекция жазықтығында ортогональді кескінделеді.



Сурет 2.3.5 – A_1^{01} және A_2^{01} нүктелерін $П_1^{/} = П_1$ жазықтығына проекциялау

Φ_2^0 екінші ретті бет OX_1 осі төңірегінде OX_3 осінің оң бағыты OX_2 осінің оң бағытымен сәйкес келетіндей айналдырамыз. Яғни, Φ_2^0 бетін берілген матрицалық теңдеу (2.3.8) бойынша түрлендіреміз және содан кейін 2.3.6 суретіне сәйкес $\Pi_1^/$ проекция жазықтығына ортогональды кескіндейміз.

$$\begin{pmatrix} X_1' \\ X_2' \\ X_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}. \qquad (2.3.8)$$



Сурет 2.3.6 – A_3^{01} және A_4^{01} нүктелерін $\Pi_1^/ = \Pi_1$ жазықтығына проекциялау

Жоғары айтылған конструктивті аппараттың рет-ретімен жүзеге асыру нәтижесінде, $П_1$ жазықтығындағы әр нүкте $П_1^/$.жазықтығындағы төрт нүктеге түрленеді. Осыдан $П_1^/ \equiv П_1$ жазықтығындағы екіпараметрлі нүктелер жиынында L жазықтықты биквадратты түрлендіруді аламыз. Осыған ұқсас кері бағытта $П_1^/$ жазықтығындағы $A^/$ әр нүктесі $П_1$ жазықтығындағы төрт нүктеге түрлендіруін көрсетуге болады, бұл $L^/$ кері түрлендіру болады.

Жоғарыда айтылғандар негізінде келесі салдарды қалыптастыруға болады.

9-салдар. Егер сәйкесінше γ_1 және γ_2 кеңістік түрлендіруге ұшырайтын, OX_3 және OX_1 нақты осьтері бар екі Φ_1^0 және Φ_2^0 бір жолақты гиперболоидтар берілсе және олар S және $S^/$ бағыттары бойынша проекцияланса, онда $П_1^/ \equiv П_1$ беттескен жазықтықтар арасында L_9 және $L_9^/$ жазықтықты биквадратты түрлендіру орнатылады.

10-салдар. Егер сәйкесінше γ_1 және γ_2 кеңістік түрлендіруге ұшырайтын OX_3 және OX_2 нақты осьтері бар екі Φ_1^0 және Φ_2^0 бір жолақты гиперболоидтар берілсе және олар S және $S^/$ бағыттары бойынша проецияланса, онда $П_1^/ \equiv П_1$ беттескен жазықтықтар арасында L_{10} және $L_{10}^/$ жазықтықты биквадратты түрлендіру орнатылады.

11-салдар. Егер сәйкесінше γ_1 және γ_2 кеңістік түрлендіруге ұшырайтын, OX_1 және OX_3 нақты осьтері бар екі Φ_1^0 және Φ_2^0 бір жолақты гиперболоидтар берілсе және олар S және $S^/$ бағыттары бойынша проецияланса, онда $П_1^/ \equiv П_1$ беттескен жазықтықтар арасында L_{11} және $L_{11}^/$ жазықтықты биквадратты түрлендіру орнатылады.

12-салдар. Егер сәйкесінше γ_1 және γ_2 кеңістік түрлендіруге ұшырайтын, OX_2 және OX_3 нақты осьтері бар екі Φ_1^0 және Φ_2^0 бір жолақты гиперболоидтар берілсе және олар S және $S^/$ бағыты бойынша проецияланса, онда $\Pi_1^/ \equiv \Pi_1$ беттескен жазықтықтар арасында L_{12} және $L_{12}^/$ жазықтықты биквадратты түрлендіру орнатылады.

2.4 Жазықтықты канондық биквадратты түрлендіру теңдеуін анықтау

Жазықтықты биквадратты түрлендіру Π_1 және $\Pi_1^/$ екі жазықтықтың нүктелері арасындағы өзара (1-4)-мәнді сәйкестіктер болып табылады.

Тікелей L биквадратты түрлендірудің теңдеулері келесі алгоритм бойынша анықталады. Φ_1^0 беттінің теңдеуін:

$$\Phi_1^0\left(x_1, x_2, x_3\right) = 0, \qquad (2.2.1)$$

мына түрде қайта жазамыз:

$$x_3 = \varphi_1(x_1, x_2). \qquad (2.4.1)$$

Φ_1^0 екінші ретті беті абсциссалар осі төңірегінде 90^0 жасап айналдырғанда түрлендіруге ұшырайды. (2.2.3) теңдеуге сәйкес:

$$x_1^/ = x_3. \qquad (2.4.2)$$

аламыз.

(2.4.1) теңдеуді ескеріп, (2.4.2) өрнектен:

$$x_1^/ = \varphi_1(x_1, x_2) \qquad (2.4.3)$$

аламыз.

Φ_2^0 беттің теңдеулері:

$$\Phi_2^0\left(x_1, x_2, x_3\right) = 0, \qquad (2.2.2)$$

мына түрде қайта жазамыз:

$$x_3 = \varphi_2(x_1, x_2). \qquad (2.4.4)$$

Φ_2^0 екінші ретті беті ордината осінің төңірегінде 90^0 жасап айналдырғанда түрлендіруге ұшырайды. (2.2.4) Теңдеуге сәйкес:

$$x_2^/ = \varphi_2(x_1, x_2) \qquad (2.4.5)$$

аламыз:

(2.4.3) және (2.4.5) теңдеулерін бір жүйеге біріктіріп, тікелей L биквадратты түрлендіру формуласын аламыз:

$$\begin{cases} x_1^/ = \varphi_1(x_1, x_2), \\ x_2^/ = \varphi_2(x_1, x_2). \end{cases} \qquad (2.4.6)$$

Жоғарыда ұсынылған алгоритмді қолдану нәтижесінде 2.4.1 кестесіне сәйкес L жазықтықты канондық биквадратты түрлендірудің теңдеулерін алдық.

Биквадратты түрлендірудің кері теңдеулерін келесі түрде анықтауға болады.

(2.4.6) жүйенің бірінші теңдеуінен x_1 мәнін анықтап, мына түрде жазамыз:

$$x_1 = f_1\left(x_2, x_1^/\right). \qquad (2.4.7)$$

(2.4.7) формуладан x_1 мәнін (2.4.6) жүйенің екінші теңдеуіне қойсақ:

$$f_2\left(x_1^{/}, x_2^{/}, x_2\right). \qquad (2.4.8)$$

аламыз.

(2.4.8) формуладан x_2 мәнін анықтап, мына түрде жазамыз:

$$x_2 = f_3\left(x_1^{/}, x_2^{/}\right). \qquad (2.4.9)$$

(2.4.9) формуладан x_2 мәнін (2.4.7) теңдеуіне қойсақ, x_1 мәнін мына түрде аламыз:

$$x_1 = f_4\left(x_1^{/}, x_2^{/}\right). \qquad (2.4.10)$$

Берілген (2.4.9) және (2.4.10) теңдеулерді бір жүйеге келтіріп, $L^{/}$ жазықтықты кері биквадратты түрлендірудің теңдеуін аламыз:

$$\begin{cases} x_1 = f_4\left(x_1^{/}, x_2^{/}\right), \\ x_2 = f_3\left(x_1^{/}, x_2^{/}\right). \end{cases} \qquad (2.4.11)$$

Жазықтықты биквадратты түрлендіру теңдеуін анықтайтын мысал қарастырайық. Φ_1^0 және Φ_2^0 кескінделетін жазықтықтар сәйкесінше келесі теңдеулермен беріледі:

$$x_3^2 = x_1^2 + x_2^2 + R^2; \qquad (2.4.12)$$

$$x_1^2 = x_2^2 + x_3^2 + R^2. \qquad (2.4.13)$$

(2.2.3) теңдеуіне сәйкес A_1 нүктенің $x_1^{/}$ координатасы мынаған тең:

$$x_1^{/} = x_3. \qquad (2.4.2)$$

аламыз.

(2.4.20) формуладағы x_2 мәнді анықтаймыз:

$$x_2^2 = \frac{x_1'^2 - x_2'^2 - 2R^2}{2}. \tag{2.4.21}$$

(2.4.21) формуладағы x_2 мәнін (2.4.19) теңдеуіне қойсақ:

$$x_1^2 = \frac{x_1'^2 + x_2'^2}{2}. \tag{2.4.22}$$

аламыз.

(2.4.21) және (2.4.22) теңдеулерін бір жүйеге келтіріп, мына формуланы аламыз, жазықтықты L' кері биквадратты түрлендіру теңдеуін аламыз:

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= \sqrt{\frac{x_1'^2 - x_2'^2 - 2R^2}{2}} \\ x_1 &= \sqrt{\frac{x_1'^2 + x_2'^2}{2}} \end{aligned}\right\}. \tag{2.4.23}$$

Осыған ұқсас түрде 2.4.1 кестесіне сәйкес жазықтықты канондық биквадратты түрлендірудің теңдеуі анықталды.

Кесте 2.4.1 – Жазықтықты биквадратты түрлендірудің математикалық үлгілері

Обозначение и уравнения преобразований L	**Обозначение и уравнения преобразований** L^1
1	**2**
$L_1 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + R^2} \\ x_2' = \sqrt{x_1^2 - x_2^2 - R^2} \end{cases}$	$L_1' : \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 + x_2'^2}{2}} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 - x_2'^2 - 2R}{2}} \end{cases}$
$L_2 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + R^2} \\ x_2^1 = \sqrt{x_2^2 - x_1^2 - R^2} \end{cases}$	$L_2' : \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2}{2} - \dfrac{x_2'^2}{2}} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 + x_2'^2}{2}} \end{cases}$
$L_3 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 - x_2^2 - R^2} \\ x_2^1 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + R^2} \end{cases}$	$L_3' : \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2}{2} + \dfrac{x_2'^2}{2}} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_2'^2 - 2R^2 - }{2}} \end{cases}$
$L_4 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_2^2 - x_1^2 - R^2} \\ x_2^1 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + R^2} \end{cases}$	$L_4' : \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_2'^2}{2} - \dfrac{x_1'^2}{2} - R} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_2'^2 - x_1'^2}{2}} \end{cases}$
$L_5 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 - x_2^2} \\ x_2^1 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \end{cases}$	$L_5' : \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 + x_2'^2}{2}} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_2'^2 - x_1'^2}{2}} \end{cases}$

2.4.1 кесте жалғасы

1	2
$L_6 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_2^2 - x_1^2} \\ x_2^1 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \end{cases}$	$L_6' : \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_2'^2 - x_1'^2}{2}} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_2'^2 + x_1'^2}{2}} \end{cases}$
$L_7 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ x_2' = \sqrt{x_1^2 - x_2^2} \end{cases}$	$L_7' : \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 + x_2'^2}{2}} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 - x_2'^2}{2}} \end{cases}$
$L_8 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ x_2' = \sqrt{x_2^2 - x_1^2} \end{cases}$	$L_8' : \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 - x_2'^2}{2}} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 + x_2'^2}{2}} \end{cases}$
$L_9 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - R^2} \\ x_2' = \sqrt{x_1^2 - x_2^2 + R^2} \end{cases}$	$L_9' : \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2}{2} + \dfrac{x_2'^2}{2}} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2}{2} - \dfrac{x_2'^2}{2} + R^2} \end{cases}$
$L_{10} : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - R^2} \\ x_2' = \sqrt{x_2^2 - x_1^2 + R^2} \end{cases}$	$L_{10}' : \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2}{2} - \dfrac{x_2'^2}{2} + R^2} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 + x_2'^2}{2}} \end{cases}$

$L_{11}:\begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 - x_2^2 + R^2} \\ x_2' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - R^2} \end{cases}$	$L_{11}':\begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2}{2} + \dfrac{x_2'^2}{2}} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_2'^2}{2} - \dfrac{x_1'^2}{2} + R^2} \end{cases}$
$L_{12}:\begin{cases} x_1' = \sqrt{x_2^2 - x_1^2 + R^2} \\ x_2' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - R^2} \end{cases}$	$L_{12}':\begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_2'^2}{2} - \dfrac{x_1'^2}{2} + R^2} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_2'^2 + x_1'^2}{2}} \end{cases}$

Қорытындылар

Теориялық және қолданбалы зерттеулер келесі қорытындыларды берді:

1. Кеңістіктік конструктивті сызбасы екі беттеспейтін жазықтықтар арасындағы төрт-төртмәнді сәйкестіктерді алудың жаңа заңдылығын берді.

2. Биквадратты түрлендірудің теориялық ережелері жасалды. Беттескен жазықтыққа екінші ретті екі беттерінің бинарлы кескінделуінен туындайтын жазықтықтың биквадратты түрлендіру алу әдісі қалыптасады.

3. Канондық биквадратты түрлендірудің жаңа он екі түрін алуға мүмкіндік берді.

4. Канондық биквадратты түрлендірудің математикалық үлгілерін анықтауға мүмкіндік береді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі:

1. Фролов С.А. Начертательная геометрия. –М.: 1978.
2. Годик Е.И., Янушевский С.К., Бирюкович Л.К. Справочное руководство по черчению. –М.: 1986.
3. Бәйдібеков Ә.К. Инженерлік графика (сандық белгілері бар проекцияларда). - Астана: 2009.