ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ОТОБРАЖЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА НА ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИИ

Нурлан УМБЕТОВ

Кандидат технических наук
Южно-Казахстанского государственного университета им. М. Ауезова

В евклидовом пространстве E_3, дополненном несобственной плоскостью, даны квадрика δ^2, пучок плоскостей $l(\alpha)$ с несобственной прямой – осью l_∞ и две пространственные алгебраические кривые a^u, f^v порядков u, v, имеющих с прямой l соответственно u-1, v-1 фиксированных точек A_q, F_g [1]. Плоскость α_i пучка $l_\infty(\alpha)$ пересекает квадрику δ^2 по окружности d^2, а кривые a^u, f^v каждую в одной свободной точке, соответственно A, F (остальные u-1, v-1 точек A_q, F_g фиксированы на l_∞).

При проецировании этой конструкции на одну из плоскостей пучка (l_∞) получаем множество окружностей – проекции сечений квадрики плоскостями уровня, проекции a_1^u, f_1^v кривых a^u, f^v содержат множество точек $A_1 \subset a_1^u$, $F_1 \subset f_1^v$. В каждой секущей плоскости α_1 рассматриваем преобразование Гирста, задаваемое инвариантной коникой d^2 и парой совпавших ассоциированных F точек, $F^d = F^{d'}$. Точке A ставится в соответствие точка A' пересечения прямой AF с полярой $\overline{a}$ точки A относительно d^2. Таким образом, на плоскости проекции множеству точек A, составляющих кривую a_1^u взаимно однозначно соответствует множество точек A_1', образующих кривую $a_1^{u'}$. Иначе говоря, кривой a^u ставится в соответствие кривая $a^{u'}$.

При проецировании элементов заданной конструкции на горизонтальную плоскость проекции получаем:

1) траекторию перемещения прообраза – точки $A_1(x_A,\ y_A)$

$$y_A = f_1(x_A),$$

2) траекторию перемещения центра преобразования точки $F(x_F,\ y_F)$

$$y_F = \psi_1(x_F)$$

3) множество окружностей с центром в точке $O_i(x_0,\ y_0)$

$$x_0 = f(y_0)$$

Пусть кривая l

$$z = \varphi_2(x)$$

будет главным меридианом квадрики δ^2, тогда радиусы окружностей d_i^2 изменяются по закону

$$R = \varphi_2(z)$$

Запишем уравнение поляры $\bar{a}$ точки A относительно d^2 [3]

$$xx_A + yy_A - x_0(x + x_A) - y_0(y + y_A) + x_0^2 + y_0^2 - R^2 = 0 \qquad (1)$$

Подставляя вместо R и координат точек $O_i(x_0,\ y_0)$, $A(x_A,\ y_A)$ их значения, получаем уравнение линейчатой поверхности Δ^2:

$$xf_1(z) + yy_A + f(y_0)[x + f_1(z)] + y_0(y + y_A) + [f(y_0)]^2 + y_A^2 - [\varphi_2(z)]^2 = 0 \qquad (2)$$

Уравнение прямой AF можно записать в виде [3]

$$\frac{y - y_A}{y_F - y_A} = \frac{x - x_A}{x_F - x_A} \qquad (3)$$

Подставляя в последнее значения координат точек A, F, выраженные через z, получаем уравнение цилиндроида

$$\frac{y - \psi_1[\psi_2(z)]}{f_1[f_2(z)] - \psi_1[\psi_2(z)]} = \frac{x - \psi_2(z)}{f_2(z) - \psi_2(z)} \qquad (4)$$

Уравнения (2), (4) определяют кривую $a^{II'}$ - образ кривой a^{II}.

Проекцией кривой $a^{II'}$ будет образ $a_I^{II'}$ проекции a_I^{II} кривой a^{II} в мгновенном преобразовании плоскости Π_I. Уравнение кривой $a_I^{II'}$ записывается в виде системы уравнений (2), (4) и уравнения $z = 0$.

Пример. Пусть в качестве кривой a^{II} взята прямая a^I:

$$\left.\begin{array}{l} z = -x + 1, \\ y = -x \end{array}\right\}$$

В качестве кривой $f^{\prime\prime}$- прямая $f^{1} \perp \Pi_1$:

$$\left.\begin{array}{l} x = a, \\ y = 0. \end{array}\right\}$$

В качестве квадрики δ^2 возьмем параболоид вращения с главным меридианом (рисунок 1)

$$x^2 = 2pz$$

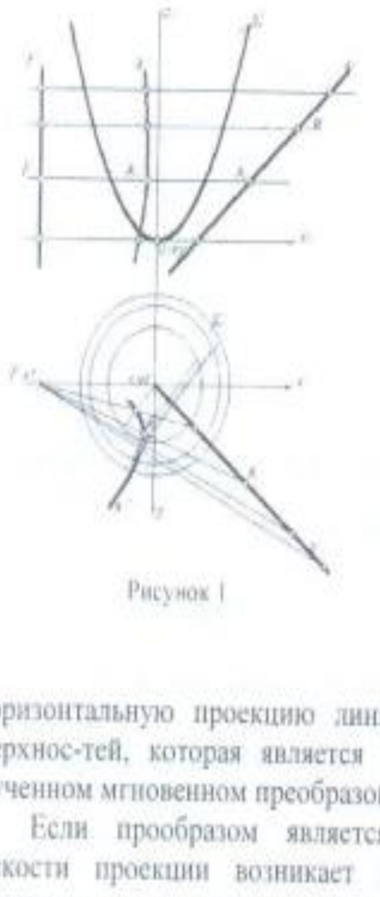

Рисунок 1

Запишем уравнение линейчатой поверхности Δ^2, подставляя в уравнение 2 значения x_A, y_A и $R^2 = 2pz$

$$z = \frac{x - y}{y - x - 2p} \qquad (5)$$

и уравнение косой плоскости, подставляя в (4) значения :x_F, y_F, x_A, y_A

$$-y(z + a + 1) = (x - a)(z + 1)$$

Решая совместно уравнения (5), (6), полу-чаем уравнение кривой 3-го порядка [2]

$$(y - x - 2p)[y^2 a - xya - 2py(a + 1) - 2p(x - a)] = 0 \qquad (6)$$

- горизонтальную проекцию линии пересечения двух линейчатых поверхнос-тей, которая является образом проекции прямой a_1 в полученном мгновенном преобразовании Гирста.

Если прообразом является проецирующая прямая, то в плоскости проекции возникает преобразование точка – кривая. Действительно, в зависимости от вида квадрики и направления проецирования мы получаем на плоскости: точку А, траекторию перемещения центров преобразований – кривую f и множество окружностей d_i^2, образующих либо пучек окружностей (рисунок 2), либо ряд (рисунок 3).

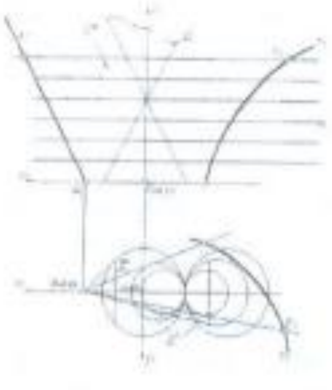

Рисунок 2

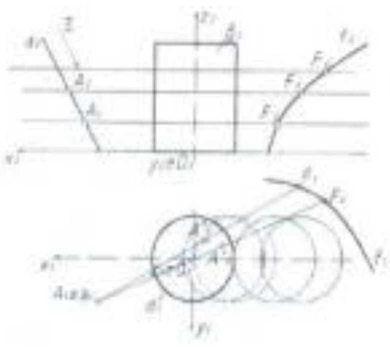

Рисунок 3

Список использованной литератур:

1. Иванов Г.С. Конструирование технических поверхностей. М.: Машиностроение, 1987 г. - 188с.
2. Смогоржевский А.С., Столова Е.С. Справочник по теории плоских кривых третьего порядка. - М.: Физматгиз, 1961. - 263 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.:Наука, 1966 г. - 831 с.

ВЫСШИЕ УЧЕБНЫЕ ЗАВЕДЕНИЯ С РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ ПЛАНИРОВОЧНОЙ СТРУКТУРОЙ НАУЧНЫХ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ В ЕЕ РОЛЬ В ПОВЫШЕНИЙ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ

Ляззат Тулеувна НУРКУШЕВА

Кандидат архитектуры, профессор
Казахской Головной архитектурно-строительной академии

Проводится теоретический и аналитический разбор проектных идей в структурном формировании осуществленных и