КВАДРАТИЧНОЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОРОЖДАЕМОЕ ОТОБРАЖЕНИЯМИ ШАРА, И ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ

Зияш Касеновна БЕКТЫБАЕВА
старший преподаватель
Евразийского национального университета им.Л.Н.Гумилева

Геометрическое преобразования являются основой разработки новых способов решения позиционных и метрических задач в начертательной геометрии. Целью статьи являются разработки *(1-2)*-значных соответствий плоскости, порождаемые отображениями шара применительно к решению задач прикладной геометрии.

В трехмерном пространстве *OXYZ* задана плоскость *К*, параллельная координатной плоскости *ZOX* (рис.1). На этой плоскости задана окружность *Р*, центр которой *Оу* расположена на оси *Оу*. Обозначим на окружности точки *В* и *В″*, расположенной на одной вертикали. Точку *В*□ ортогональной проецирована плоскость *ХОУ*, получим точку *В*. Окружность *Р* вращаем на 90^o вокруг оси *ОУ* (рис.2). Тогда точки *В*□, *В″* занимают новые пополнения *В*□□,*В*□″ соответственно.

Точки *В*□□, *В*□″ ортогонально проецировав на плоскость *ХОУ*, получим точки B_1□,B_2□ (рис.3,рис.4).

Если точки *В*□ ,*В″* расположены на поверхности вращения *Q* (рис.5), то предлагаемая пространственная схема преобразует точку *В* плоскости *ХОУ* в две точки B_1□,B_2'' плоскости *Х*□*ОУ*□, то есть между полями *ХОУ* и *Х*□*ОУ*□ устанавливается *(1-2)*- значное соответствие $Г_2$.

В рассматриваемом случае плоскости *ХОУ* и *Х*□*ОУ*□ совмещены. Аналогичным образом выполняется в обратном направлении *(1-2)*-значное соответствии $Г_2$□.

Отображение точки *В*□, *В″* на плоскость *ХОУ*:

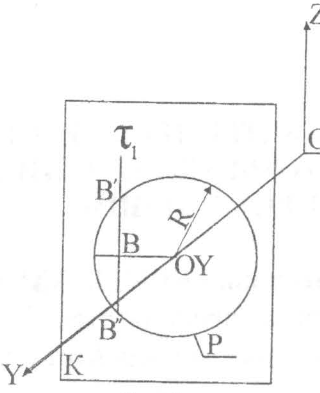


Рис.1

Расположение точек $B^{/}$, $B^{//}$ после вращения:

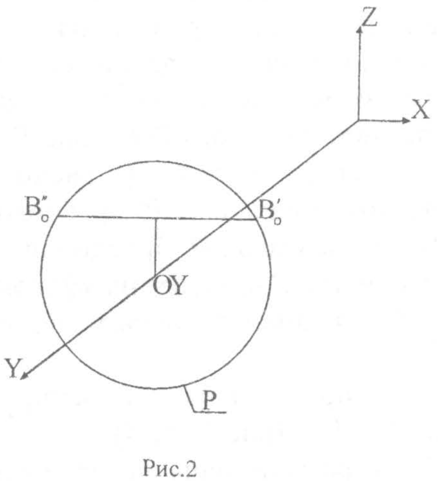


Рис.2

Расположение прообраза *(B)* и образов $(B_1^{/}, B_2^{//})$:

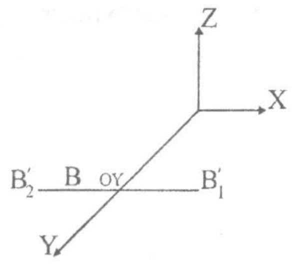


Рис.3

Теперь рассмотрим определения уравнений соответствия $Г_2$. Сначала запишем уравнение поверхности вращения Q в виде :

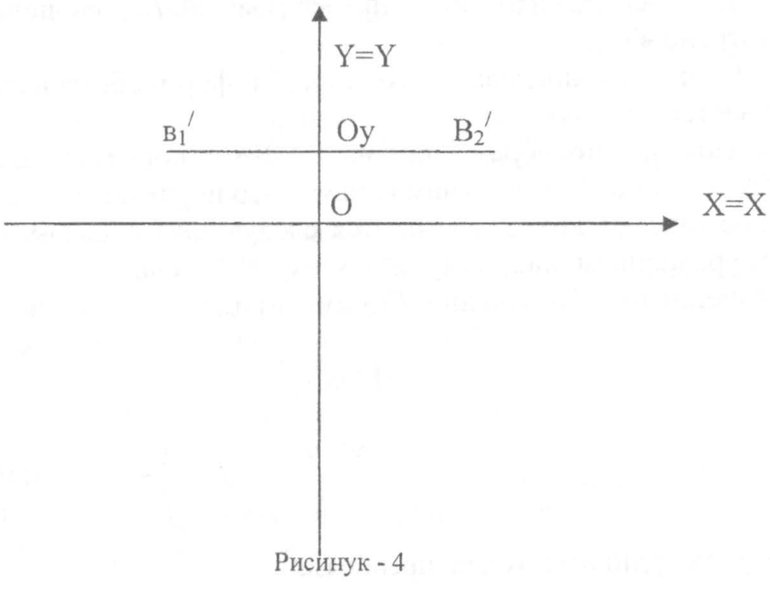
$$z=a(x,y) \tag{1}$$

где: a- непрерывная функция.

Обозначим координаты B_1' через $X', У'$, а точки B через $(X, У)$. Из рис.4 видно, что $У'=У$, (2) а также получим (рис.4,рис.1,рис.5).

$$X'=B_2'Oy=Oy\ B_1'=Z_{B/}=Z_{B//}=+a(x,y) \tag{3}$$.

Расположение образа и прообразов в прямоугольной системе координат:



Рисинук - 4

Расположение точек *B′ и B″* на поверхность вращения *Q*:

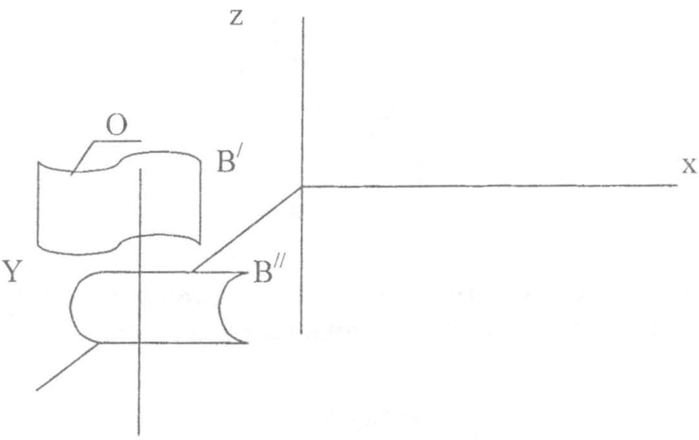


Рисунок - 5

Теперь уравнения (2) и (3) объединив в одну систему, получим искомое уравнение (1-2)- значного соответствия Γ_2 в виде:

$$X' = X$$

$$У' = +a\ (x,y) \qquad (4)$$

В работе предлагается способ получения новых кривых с использованием квадратичного преобразования $\Gamma_{1\text{-}2}$,свойства которого рассмотрено в (3).

Сущность предлагаемого способа формообразования кривых заключается в следующем:

1) Заданный прообраз m(кривая 2-го порядка) подвергается преобразованию $\Gamma_{1\text{-}2}$ получим кривую *4*-го порядка;

2) Аналитически это доказывается следующим образом: кривую *m* задаем уравнением, например: $x^2 + y^2 + xy = R^2$ (1);

3) Уравнение преобразований $\Gamma_{1\text{-}2}$ имеет вид :

$$\left.\begin{aligned} x^1 &= (R^2 - x^2 - y^2)^{1/2} \\ y^1 &= y \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где: *x, y*- координаты точек преобраза;

$x^{/}$, $y^{/}$ – координаты точек образа.

Из системы уравнений (2) определим формулы обратного преобразования $Г_{1\text{-}2}$ в виде:

$$\left.\begin{aligned} x&=(R^2 - x^{/2} - y^{/2})^{1/2} \\ y&=y^1 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Значение x и y из системы (3) представив в уравнение (1), получим:

$(R^2\text{-}x^{/2}\text{-}y^{/2})+y^{/2}+y^{/2}(R2\text{-}x^{/2}\text{-}y^{/2})=R^2$ (4)

Уравнение (4) является уравнением кривой *4*-го порядка.

Кривая (4) замечательна тем ,что ее графический аналог задает сечение лопатки турбины. Поэтому эта кривая может быть использована в профилировании лопатки паровой турбины. При этом каждое искомое сечение поверхности лопатки вычерчивается следующим образом :

а) задаются геометрические параметры конструируемого сечения ;

б) искомую кривую линию принимаем за кривую – образ $m^{/}$ в преобразовании $Г_{1\text{-}2}$;

в) определяем параметр R преобразовании $Г_{1\text{-}2}$ и параметры *а,б,в* прообраза окружности m с использованием заданных параметров образа m^{1} то есть решаем обратную задачу преобразования $Г_{1\text{-}2}$;

г) подвергая найденный прообраз m преобразованию $Г_{1\text{-}2}$, получим искомую кривую $m^{/}$;

д) определяем уравнение полученной кривой m;

е) аналогичным образом получаем другие сечения линейного каркаса поверхности лопатки турбины.

Особенность предлагаемого способа формообразования поверхности лопатки паровых турбин в том, что аппарат преобразования $Г_{1\text{-}2}$ позволяет описать сечение поверхности одним уравнением по сравнению сплайн функциями.

Список использованной литературы:

1. Якунин В.И. «Геометрические основы систем автоматизированного проектирования механических поверхностей». МАИ – М; 1980-86с.

2. «Математика» САПР –М: Мир, -1988