

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ (2-2)-ЗНАЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСЬЮ СИММЕТРИИ

Абдикарим Алмаханович КАРАЖАНОВ

кандидат технических наук

Таразский государственный университет имени М.Х.Дулати

Одним из основных направлений исследования начертательной геометрии является развитие теории геометрических преобразований с целью применения в решении научных и технических задач, связанных сложными геометрическими формами.

В шахтном строительстве часто применяется каналовые поверхности сводчатой формы. Сводчатая форма более благоприятна с точки зрения ее устойчивости, рационального использования крепи, ее несущей способности и перераспределения воспринимающих ею нагрузок. При проектировании горизонтальных выработок возникает вопрос геометрического конструирования поверхности сводов. На практике используются, в основном, составные своды из дуг кривых 2-го порядка или сплайны, что усложняют решения конструкторских и технологических задач.

Для формообразования криволинейных поверхностей подземных выработок можно использовать геометрические преобразования, в частности (2-2)-значные преобразования, что позволяет моделировать сложные поверхности по наперед заданным геометрическим параметрам и автоматизировать процесс их проектирования.

В данной статье излагаются основы теории (2-2)-значного преобразования (Γ_2) с вертикальной осью симметрии, порождаемого отображениями однополостного гиперboloида.

Сущность получения (2-2)-значного преобразования Γ_2 с вертикальной осью симметрии заключается в следующем:

1) В трехмерном пространстве задается однополостный гиперboloид P_2 с осью Oy (рисунок 1), при этом плоскости $xOy \equiv x'Oy'$ ($\Pi_2 \equiv \Pi_2'$);

2) На заданной поверхности отмечаем произвольную точку M_1^0 , которую ортогонально проецируем на плоскость Π_2 . Получим точку M (рисунок 2). Следует отметить, что на поверхности P_2 расположена еще одна точка M_2^0 , которая проецируется в точку M (рисунок 2). Окружность τ^0 получена пересечением поверхности P_2 и плоскости τ_2 ;

3) Поверхность P_2 подвергается преобразованию β_1 , которое вращает поверхность P_2 на 90° относительно оси Oy так, чтобы положительное направление оси Oz совпадало с положительным направлением оси Ox . Получим новую поверхность P_2' . Тогда точки M_1^0 и M_2^0 занимают новые положения и они обозначены символами M_{11}^0 и M_{21}^0 .

Точки M_{11}^0 и M_{21}^0 ортогонально проецировав на плоскость Π_2' , получим точки M_1 и M_2 (рисунки 3, 4). τ является горизонтальным следом плоскости τ_2 . Таким образом, точке-прообразу M плоскости Π_2 соответствуют две точки M_1 и M_2 плоскости $\Pi_2' \equiv \Pi_2$ (рисунок 4). Другими словами на плоскости $\Pi_2 \equiv \Pi_2'$ устанавливается (1-2)-значное преобразование Γ_2 .

Если точку M_1 или M_2 подвергать обратному преобразованию Γ_2' , то получим две точки M_3 и M_4 , одна из которых инцидентна точке M . Поэтому в дальнейшем Γ_2 будем называть (2-2)-значным преобразованием на совмещенной плоскости $\Pi_2 \equiv \Pi_2'$.

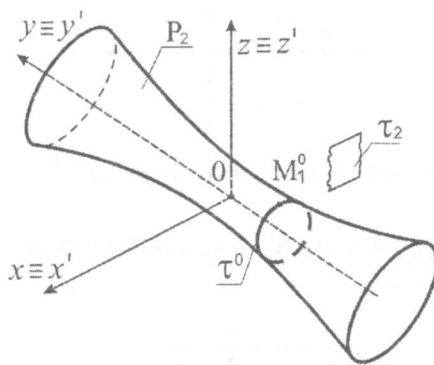


Рисунок 1 – Поверхность P_2

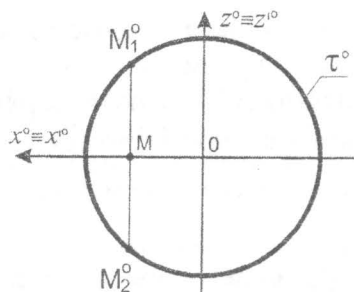


Рисунок 2 – Построение точки М

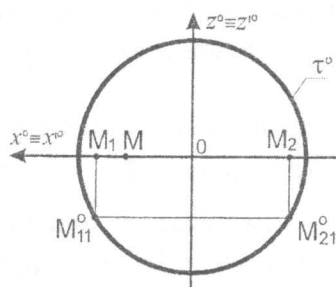


Рисунок 3 – Построение точек M_1 и M_2

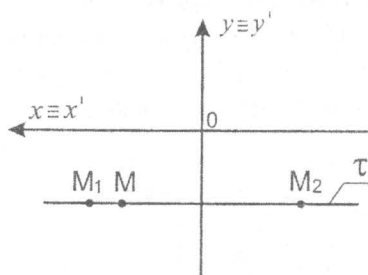


Рисунок 4 – Изображение точек M , M_1 , M_2

Определены уравнения (2-2)-значного геометрического преобразования Γ_2 в виде:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \sqrt{y^2 - x^2 + R^2} \\ y' &= y \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \sqrt{y'^2 - x'^2 + R^2} \\ y &= y' \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где x, y – координаты прообраза;
 x', y' – координаты образа;
 R – параметр преобразования.

Определена графическая модель (2-2)-значного геометрического преобразования Γ_2 в следующей последовательности:

1) первое уравнение системы (1) преобразует точку $M(x, y)$ на две точки M_1 и M_2 с абсциссами:

2)

$$x' = +\sqrt{y^2 - x^2 + R^2}. \quad (3)$$

$$x' = -\sqrt{y^2 - x^2 + R^2}. \quad (4)$$

Уравнения (3) и (4) показывают, что точки M_1 и M_2 симметричны относительно оси Oy . Второе уравнение системы (1) показывает, что точки M, M_1 и M_2 лежат на горизонтальной линии;

3) значение $\sqrt{y^2 - x^2 + R^2}$ графически определяется следующим образом:

2.1) x и y заданные координаты точки M , то есть известные величины;

x' – искомая величина;

2.2) обозначим сумму $R^2 + y^2$ в виде:

$$R^2 + y^2 = b^2. \quad (5)$$

2.3) выражению (5) соответствует на чертеже прямоугольный треугольник $O12$ (рисунок 5), где катет $O1$ равен R , катет 12 равен y ; гипотенуза $O2$ равен b . Для построения прямоугольного треугольника $O12$: из точки 1 проводим вертикальную прямую и из точки M проводим горизонтальную прямую, которые пересекаются в точке 2 ;

2.4) учитывая выражение (5), перепишем первое уравнение системы (1) в виде:

$$x'^2 + x^2 = b^2. \quad (6)$$

2.5) выражению (6) соответствует на чертеже прямоугольный треугольник $O45$ (рисунок 5), где: катет $O4$ равен x , гипотенуза $O5$ равен b , катет 45 равен искомой величине x' . Для построения прямоугольного треугольника $O45$: точку 3 вращаем до точки 4 центром в точке O . Из точки 4 проводим горизонтальную прямую и точку 2 вращаем центром в точке O , которые пересекаются в точке 5 ;

2.6) из точки 5 проводим вертикальную прямую и из точки M проводим горизонтальную прямую, которые пересекаются в точке M_1 с координатами (x',y') . Точка M_2 расположена симметрично точке M_1 относительно оси y .

Таким образом, рисунок 5 является графической моделью $(2-2)$ -значного преобразования Γ_2 с вертикальной осью симметрии.

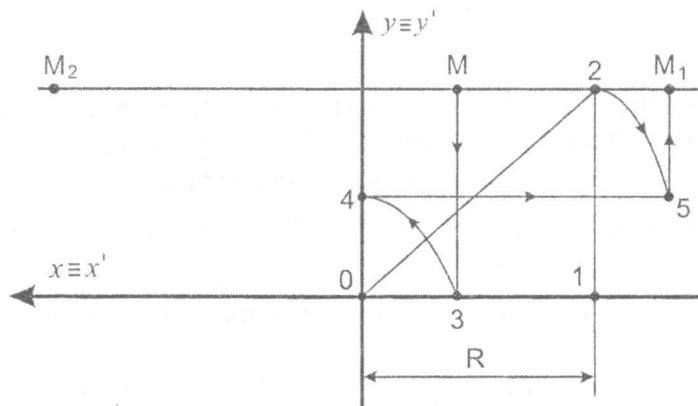


Рисунок 5 – Построение графической модели преобразования Γ_2

Список использованной литературы:

1. Джапаридзе И.С. Геометрические преобразования пространства и их применения в начертательной геометрии. Методы начертательной геометрии и ее приложения. – М.:1955. – 222 с.
2. Ермаков А.В. Кремоновы преобразования пространства в конструировании рациональных каркасных поверхностей: автореф. ... канд.техн.наук: 05.01.01. – М.: МТИП, 1977. – 17 с.
3. Завьялов Ю.С., Леус В.А., Скороспелов В.А. Сплайны в инженерной геометрии. – М.: Машиностроение, 1985. – 222 с.

4. Котов И.И. Алгоритмы конструирования каркасных поверхностей. – М.: МАИ, 1975.
5. Манеевич В.А. К теории многозначных точечных соответствий //Труды МИИТ: Вопросы дифференциальной, синтетической прикладной геометрии. – М.: 1965. - №190. – С. 158-160.
6. Фролов С.А. Методы преобразования ортогональных проекций. – М.: Машиностроение, 1970. – 160 с.

О ЧАСАХ И ЦИФЕРБЛАТАХ

Валентин НИКИТИН

кандидат технических наук, доцент
Казахский национальный аграрный университет

Сапархан Байжуманов

кандидат технических наук, профессор
Казахский национальный аграрный университет

Бакыт Кашаган

старший преподаватель
Казахский национальный аграрный университет

Жанна Даулетова

ассистент, магистр
Казахский национальный аграрный университет

Часы - прибор для измерения времени суток, относятся к категории «приборов времени», куда входит также хронометр, секундомер, таймер, реле времени и комбинированные приборы. Для измерения времени можно использовать равномерное поступательное движение или периодичность колебания. Мерилом времени в этих случаях либо пройденный путь, либо угол поворота или число колебаний.

История часов представляет собой путь развития техники. Часовых дел мастера открыли мир миниатюрных изделий. Они создавали своими руками тайный мир взаимосвязанных подвижных