образовательного процесса в условиях кредитной системы обучения вуза: материалы методического семинара. Вестник Кокшетауского государственного университета им. Ш.Уалиханова. – К., 2006. – №4. – С.16-19.
3. Концепция непрерывного педагогического образования педагога новой формации Республики Казахстан //Вопросы педагогики. -2006.- № 1-2.
4. Коменский Я.А. Избранные педагогические сочинения. – М.: Педагогика, 1982. – С. 464-466.
5. Стукаленко Н.М. О современных требованиях к профессиональной подготовке учителей в условиях высшего образования //Материалы международной научно-практической конференции «Валихановские чтения – 13». – Кокшетау, 2008.– С. 275-277.

ИНТЕНСИВНОЕ ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ ПРИ СЕКВЕСТИРОВАНИИ УЧЕБНЫХ ЧАСОВ

Аманжол Нугманович НУРЛЫБАЕВ
кандидат физико-механических наук, профессор
Казахского национального педагогического университета имени Абая

Гульназ Сейтнуровна БЕКЖИГИТОВА
учитель математики гимназии № 175 г. Алматы

Математика дает *абсолютные знания*
и способствует развитию других наук
(Al-Farabi, 870-950, 2nd Aristotle)

В применении алгебры к геометрии
ВООБРАЖЕНИЕ неотделимо от
расчетов и ... математика
становится ПОЭЗИЕЙ
(V. HUGO, 1802-1895, “William Shakespeare ”)

Математизация в век компьютеризации - важнейшее условие повышения качества подготовки не только специалистов инженерно-технического профиля, физиков, химиков и экономистов, но и гуманитариев, что красноречиво подтверждается делами немеркнущих корифеев науки. «*Первичным языком, который вырабатывают в процессе научного усвоения фактов, является обычно язык математики, а именно математическая схема [алгоритм], позволяющая физикам предсказывать результаты будущих экспериментов*» - писал величайший физик современности («железный рыцарь теорфизики»), нобелевский лауреат В.Гейзенберг [1]. Ранее Отец химии – Д.И.Менделеев (1834-1907), выпускник физико-математического факультета, отмечал: « *...и естествоиспы- тателем нельзя быть, не получивши начальных знаний в географии, математике и т.п.*» Известный математик, академик Александров А.Д.: «*Сейчас уже нельзя назвать такой области деятельности людей, где математика не играла бы существенной роли. Она стала незаменимым орудием во всех науках о природе, в технике, в обществоведении. Даже юристы и историки берут на свое вооружение математические методы*». Крупнейший экономист современности, основатель всемирно известного Гарвардского экономического исследовательского института (1946 г.), советник президента Ф.Рузвельта в период Великой депрессии 1929-1932 гг., консультант правительств Италии, Китая, Малайзии и Японии, кавалер орденов: Почетного легиона, Херувима, Восходящего Солнца и др., лауреат Нобелевской премии Василий Леонтьев (1906-1999) писал: «*Центральная идея системы взглядов, ныне называемая классической экономической наукой, привлекала внимание двух математиков – инженеров Леона Вальраса (Leon Walras) и Вильфреда Парето (Vilfredo Pareto), которые после значительного усовершенствования и уточнения перевели её на строгий математический язык и назвали «теорией общего равновесия»*. Нобелевский лауреат по экономике Трюгве Хаавелмо дополняет В. Леонтьева: «*Без широкого использования математики в экономических исследованиях экономика как наука не уйдет дальше общих разговоров, не содержащих действительно полезных результатов»* [1, с.526]. Поэтому не случаен тот факт, что большинство *нобелевских лауреатов по экономике* являются по образованию *математиками*. Такое положение дел имеет место и в других отраслях гуманитарных и общественных наук. Необходимость усиления математической подготовки специалистов-гуманитариев объясняется тем, что на современном этапе научно-технического развития набирают обороты процессы интеграции и взаимопроникновения наук. Как верно заметил видный экономист, академик РАЕН А.В.Тодойсичук [2]: «*Опыт показал, что наиболее выдающиеся результаты в области общественных и гуманитарных наук были получены* ***учеными, имеющими базовое физико-математическое и техническое образование***».

Кроме прикладного (узко утилитарного) значения математических методов, изучение конкретной математики развивает логику, абстрактное мышление. «*Математику надобно изучать уже потому, что она ум приводит в порядок*» - говорил М. Ломоносов. Но главное ее преимущество в том, что «*... среди всех наук Математика пользуется особенным уважением, чему служит то единственное обстоятельство, что ее положения* ***абсолютно верны и неоспоримы****, в то время как положения других наук до известной степени спорны, и всегда существует опасность их* ***опровержения*** *новыми открытиями»* (А. Эйнштейн, 1889-1955).

Примечательно, что с 70-х годов XX века появляются монографии и учебники по формальным разделам математики с ярко выраженной прикладной направленностью: «Современная прикладная алгебра» (Г.Биркгоф и Т.Барти, 1970г.), «Прикладная абстракт-ная алгебра» (Р. Лидл и П.Пильц, 1990г.), «Алгебраическая алгоритмика» (П.Ноден и К.Китте, 1992г.), «Конкретная математика» (Р.Грэхэм, Д.Кнут и О.Паташник) и др.

На этом фоне выглядит диссонансом содержание стандартных курсов математики РК, в частности некоторых учебников алгебры. Так, только в старших курсах школы изучают, и то в ограниченном объеме, лишь некоторые факты античной и средневековой алгебры (прогрессии, квадратные уравнения и задачи, приводящие к ним), упуская, например, весьма важные тема: диофантов анализ (III век), формулы Кардано и Феррари (XVI век) и даже не в полном объеме дается теорема Виета (отца алгебры, XVI век). Содержание этих учебников алгебры и начал анализа XXI века недалеко ушло от одноименного учебника А.П. Киселева для 8-10 классов, написанного еще в XIX веке, более того такие важные для практики его разделы как «Комплексные числа», «Неопределенные уравнения», «Соединения и бином Ньютона», отсутствуют в большинстве из них. Причина этого в непродуманном (чтоб не сказать авантюрном) и до сих пор продолжающемся с 1970 г. **губительном эксперименте** внедрения в программу школы начал математического анализа, с неудачной попыткой авторов программ и учебников «строго доказать» приводимые факты без развернутого изложения теории пределов, чего на уровне средней школы при любых ухищрениях сделать в принципе нельзя. К тому же это усугубляется перманентным «из самых добрых побуждений» сокращением («оптимизацией») учебных часов базовых предметов, в первую очередь, математики. Как здесь не вспомнить: «дорога в ад вымощена благими намерениями». Один из выходов в создавшемся положении – это усовершенствование учебной программы школ, ее интенсификация. В этом отношении мы поддерживаем и развиваем шире точку зрения известного математика и педагога, профессора М.И.Башмакова: «**содержательная, идейная сторона учебников алгебры 7-9 классов может быть существенно усилена при сохранении доступности курса**». К слову, он на практике удачно реализовал эту концепцию в прекрасных по содержанию и насыщенности учебниках: «Алгебра -7,8,9» [3] и рабочих тетрадях к ним.

Предлагается в курс алгебры 7-8 классов ввести «Элементы комбинаторики» (3-4 часа), знакомящий с важнейшими свойствами перестановок, сочетаний и бином Ньютона, что позволяет максимально полно обобщить формулы сокращенного умножения квадратов и кубов двучленов (биномов) на квадраты, кубы плюс биквадраты и пятые степени n – членных многочленов (nномов), а также на их суммы (разности) кубов. Ведь, на самом деле, **лавинный эффект сокращения (упрощения) достигается на формулах для степени n-номов**, а не биномов (n=2). Уже алгебра триномов (n=3) **намного обогащает курс математики,** что подтверждено учебниками Башмакова Н.И. и Виленкина Н.Я.

Знание основ комбинаторики позволяет естественным образом получить тождество Лагранжа для квадрата скалярного произведения векторов (следствие его есть неравенство Коши-Шварца, вместе с неравенством Коши – Буняковского являющееся основным инструментом для доказательства многих нетривиальных неравенств). Помимо этого, комбинаторный аспект проясняет суть хрестоматийных формул алгебры. Так, сумма S_n первых n членов арифметической прогрессии (АП) равна полусумме крайних членов, умноженной на n: $S_n = (a_1+a_n)n/2$, но, в то же время «в тени» остается эквивалентная ей формула: « S_n равна произведению n на a_1 плюс произведение разности d на число сочетаний из n по два: $S_n = a_1 C_n^1 + d C_n^2$». Именно эта формула допускает обобщение при вычислении более сложных выражений: нахождение формул для суммы n частичных сумм и т.д., вывод формул суммы произвольного фрагмента (а не только первых n ее членов) арифметической и геометрической прогрессий.

Также, считаем целесообразным в школьном курсе рассмотреть арифметико-геометрическую прогрессию (АГП), обобщающую арифметическую и геометрическую прогрессии, получение формулы суммы для любого фрагмента АГП и суммы бесконечной АГП, составляющие эффектный аппарат для вычисления сложных сумм. Такое мощное усиление курса алгебры не требует каких-либо дополнительных сведений и не усложняет ясность изложения (воспринимаемость) материала при его доступности, подтверждая нетленность изречения великого Гегеля (G.Hegel, XVIII): «*То, чем в прежние эпохи занимались лишь зрелые умы ученых мужей, в более поздние времена стало доступным пониманию мальчишек*». Так чего же мы опасаемся в XXI веке расширения и развития кругозора старшеклассников, намного более продвинутых, чем их предшественники?

Лаконичный конструктивный вывод с помощью АГП и комбинаторики изящных формул вычисления сложных сумм типа:

$$1)S_n = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \ldots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}; \quad 2)S_n = \sum_{i=1}^{n}(2i+1)3^i = n3^{n+1};$$

$$3)\sum_{i=1}^{n} i(i+1)\ldots(i+m) = A_{n+m+1}^{m+2} \quad 4)\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}; \quad 5)\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4};$$

и др., не только вызывает восторг и положительные эмоции, а пожалуй, вдохновляет учащихся на еще более сложные задачи, «зажигая в них неугасимый факел познания», а не просто «наполняя сосуд знаниями».

В этом плане им можно предложить найти общие формулы вычисления обобщений указанных сумм, например, суммы частичных сумм АП, ГП и АГП.

$$6)S_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{i}{t^{i-1}} = ? \quad 7)S_n = \sum_{i=1}^{n}(i+1)\frac{i}{t^{i-1}} = ?$$

Правомерен вопрос: зачем такое расширение материала курса? На что можно ответить так: да, изложение его по традиционной схеме и объеме подачи материала чревато трудностями. Но мы предварительно существенно обогатили используемый инструментарий за счет включения в него элементов комбинаторики, тождеств и неравенств для n-номов, арифметико-геометрической прогрессии (АГП). Так, формула суммы S_n первых n членов $c_n=a_nb_n$, *где* $a_n = a_1 + (n-1)d$ *и* $b_n=b_1q^{n-1}$, равна

$S_n = b\left[\frac{a-a_nq^n}{1-q}+\frac{dq(1-q^n)}{(1-q)^2}\right]$. Из нее при $d=0$ вытекает формула n первых членов геометрической прогрессии, а при $q \to 1$ формула суммы арифметической прогрессии. Формула суммы АГП позволяет легко вычислять сложные выражения, не являющиеся ни арифметической, ни геометрической прогрессиями. Например, $S_n = 1+2x+...+nx^{n-1} = ?$

Здесь имеем АГП с параметрами: $a=b=1$, $d=1$, $q=x$, $a_n = n$, поэтому:

$S_n(x) = \frac{nx^n-1}{x-1}+\frac{x(1-x^{n-1})}{(x-1)^2}=\frac{nx^{n+1}-(n+1)x^n+1}{(x-1)^2}$. Заметим, что формула верна и при $x=0$: $S_n(0) = 1$ и при $x=1$: $S_n(1)=\frac{n(n+1)}{2}$.

С помощью формулы бесконечно убывающей АГП легко показать, что бесконечное произведение $P = 2^{\frac{1}{2}}\cdot 4^{\frac{1}{4}}\cdot 8^{\frac{1}{8}}\cdot 16^{\frac{1}{16}}... = 4$.

Доказательство следующего тождества:

$(b+c-a)^3+(c+a-b)^3+(a+b-c)^3-3(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)=$
$=4(a^3+b^3+c^3-3abc)$ традиционным способом довольно громоздко и сложно. Но если применить формулу суммы трех кубов: $x^3+y^3+z^3=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz)+3xyz$, то задача теряет трудность и становится уже ординарной.

Последнее показывает, что понятие «задача повышенной трудности», в определенном смысле, является относительной, так как все зависит от того, какие средства (аналитический аппарат), для ее решения используются, в чем убеждают примеры выше. «... Можно лишний раз убедиться, что *самая лучшая методика – это бесхитростное [ясное, лаконичное] изложение*» (Н.В.Ефимов. УМН 1971, т. XXVI, вып. 4(160).С.264). Учить надо не тому, что легко получается, а ценно высшее напряжение сил (мозговая атака), что подтверждают слова великих педагогов и математиков: «*Умение решать задачи – такое же практичное искусство, как умение плавать или бегать. Ему можно научиться только путем подражания или упражнения*» (Д.Пойя); «*Способность к восприятию* *математики распространена в человечестве, пожалуй, даже в большей степени, чем способность получать удовольствие от приятной мелодии, она присуща огромному большинству»* (Г.Харди).

Возражения некоторых родителей, учеников и их «благожелателей»: надо уменьшить нагрузку, в нашей семье гуманитарный склад ума, а математика – и недоступна, и никому не нужна, поэтому зачем «сушить мозги», абсолютно не состоятельны, так как плоха и непроходима не математика, а неосмысленная зубрежка и неважное обучение. Миф о людях с не математическим, гуманитарным складом ума специально придуман в оправдание тем, кто пропустил какое-то важное место курса или лодырями, детям «новых русских» и т.п. Plenus Ventur non Studet libenter. Так что, все это *от лукавого*. Нормальный, здоровый ребенок (не вундеркинд) может невероятно много. И быстро теряет изначальную природную гениальность, если взрослые, ленясь не ценят и не развивают его ум (интеллект), не желают (не хотят) или не умеют заставить (из-за непомерной родительской любви или псевдожалости) его учиться. Per aspera ad astra! (Через тернии к звездам). Как метко сказал выдающийся педагог Гартвич: **«Учиться ученик должен сам, а наше дело только учить, как надо учиться».** К этому можно добавить: надо заинтересовать (а не принуждать) учащегося занятиями, не просто объяснить и показывать, а вдохновлять и поощрять его, и тогда возникает обратная связь (Feed Back) от ученика к учителю. *«Настоящий ученик умеет выводить известное из неизвестного и этим приближается к учителю»* (В.Гете). Docendo discimus (Уча, учимся сами), в некотором смысле, супремум процесса обучения, для чего надо постараться привить учащимся жажду познания. Видимо, не случайность, что слово «математика» происходит от древнегреческого МАΘНМА – наука, познание. Следовательно, *«знанием [математикой] овладеет тот, кто жаждет познания».* И как прав М.Поляни: *«Нельзя дать определение математике, не признав ее самой очевидной особенности – того, что она интересна». «Математика – поэзия мысли»* (К.В.Вейерштрасс – C.W. Weirtstrass, учитель С.В.Ковалевской и Г.Кантора).

К сожалению, указанный выше скепсис к математике и ее изучению поддерживают ил неявно (по умолчанию) разделяют многие гуманитарии. Уместно напомнить им высказывания великих поэтов, писателей и философов – немеркнущей гордости всего человечества.

Не затрагивая титанов древности от Фалеса, Платона, Евклида, Архимеда, Вергилия, Диофанта и до Омара Хайяма – астронома, математика, поэта, ограничимся гениями Нового времени: 1) «*Никакой достоверности нет в науках там где, нельзя приложить математику, и в том, что не имеет связи с ней*» (Леонардо да Винчи); 2) «*Природа формулирует законы на языке математики*» (Г.Галилей); 3) «*В каждой науке ровно столько истины, сколько в ней математики*» (И.Кант); 4) «*Математика – прообраз гармонии мира» (И.Кеплер).*

Приведем слова писателя-демократа Писарева Д.И., давшего достойный отпор всякого рода доморощенным скептикам еще в XIX веке: «*Что математика … имеет высокую образовательную силу*, что она развертывает и упражняет превосходно умственные способности учащихся, в этом не сомневался еще никто из **самых заклятых ненавистников ужасной и неприступной науки.** Смышленость учеников растет постоянно во время их математических занятий, это так же верно и неизбежно, как то, что мускулы человека крепнут и ловкость его увеличивается, когда он занимается гимнастическими упражнениями». Комментарии тут, как говорят излишни. Великий писатель («Глыба») Лев Толстой в «Войне и мире» обстоятельно описал, как старый князь Болконский ежедневно занимался математикой со взрослой дочерью Марией, более того граф Толстой выпускал «Азбуку» и задачники по арифметике для детей крестьян: «**1) Самодеятельность детей возбуждается только тогда, когда задана им задана задачка более или менее замысловатая; 2) … дети чрезвычайно любят делать задачи с большими отвлеченными числами, без всякого приложения, увлекаясь поэзией чистой математики».** Трудно что-то добавить к этим словам вообще, тем более в век компьютеризации и интернета. Если у полуголодных крестьянских детей в лаптях была неугасимая тяга к математике (познанию), достаточно вспомнить знаменитую картину «Устный счет», на которой художник Богданов-Бельский Н.М. красочно изобразил занятие по арифметике известного профессора С.А.Рачинского(1833- 1902) в убогой земской школе, то через полтора века спустя, увы приходится пропагандировать и агитировать за математику. И это все происходит в век всеобщей компьютеризации и алгоритмизации знаний. Авторы не писали бы этот опус, если бы не были оптимистами и не были уверены, что *«все возвращается на круги своя»* и математика займет подобающее место как в учебных программах и стандартах образования (секвестирование учебных часов по математике не допустимо, так как это гибельно, в прямом смысле, для страны из-за ослабления ее обороноспособности и не конкурентоспособности нации), так и в повседневной деятельности. Приведем слова покойного 35-го президента США Джона Кеннеди (1917-1963): «**СССР выиграл гонку в космосе из-за лучшей, чем в США, постановки естественно-математического образования**» и «железного канцлера» Бисмарка: «*Войну [1870 г.] выиграл не прусский солдат, а прусский учитель*», т.е. победа добыта за школьной партой. Благодаря внедрению Эрлангенской 1872 г. Программы Ф. Клейна (1849-1925) по реформе математического образования, немецкие инженеры обладают до сих пор лучшей в мире математической подготовкой, возвышая тем самым славу Германии (Deutschland, Deutschland uber alles).

Запуск Советским Союзом первого искусственного спутника Земли в 1957 году вызвал шок и всколыхнул общественность США, ее средняя школа спешно принялась повышать требования в первую очередь, сделав значительно больший упор на математику и точные науки. Тем не менее, как показало время, американская система образования, так и не достигла уровня и качества знаний по этим областям, как в СССР, после распада которого уровень преподавания математики и точных наук в США опять резко упал вниз, так как исчезло противостояние супердержав. В известном докладе «**Пока еще не слишком поздно**» (While it's not very late) Национальной комиссии США по преподаванию математики и естественных наук в XXI веке под председательством первого астронавта, сенатора Д.Гленна отмечен слабый уровень подготовки в США по фундаментальным предметам, (в первую очередь по математике): «*... Ни в одной из 81 видеосъемки, сделанной в США на уроках математики, учащиеся не выводили математических доказательств ... В Японии, напротив, весь класс работает над решением задач, связанных с математическими рассуждениями и доказательствами*». Доклад президента США Джорджа Буша **«Нация в опасности»** (Nation in Danger) об образовательной программе начинался эпиграфом: «*Федеральное правительство должно служить не системе, а детям*» и содержал, в частности, следующий пассаж: «*Если бы такая система образования, как у нас, нам была предложена противником, мы должны были бы* ***считать это актом войны***». А мы ее «на ура» внедряем в РК.

Нонсенс! Или Святая простота (O, Sancta simplicitas!). Pereat mundis, fiat Justitia! (Пусть гибнет мир, но восторжествует справедливость).

Добавим, что штат Калифорния [Центр радиоэлектроники – «Силиконовая долина» и где решается судьба президентского кресла] принял недавно постановление требовать при поступлении в вузы умение делить *111* на *3* без калькулятора, а штат Огайо принял аналогичное постановление считать число π, равным *3*, а не $\pi=3,14159$ … Но ведь еще Архимед 2300 лет назад нашел, что $22/7>\pi>223/71$ (!). Вот «момент истины», характерный для образования США с девизом: «Учение - благо и уже этим оно полезно обществу». Ведь обучать надо целенаправленно и акцентированно, по системе, а не вообще.

Естественен вопрос: почему бы Казахстану не перенять передовой российский опыт подготовки математиков и программистов мирового уровня [4], тем более, что Россию и Казахстан исторически связывают вековые исторические узы братства, добрососедства и дружбы при нахождении в едином образовательном пространстве и отсутствии языкового барьера? Если уж перенимать чье-то, то надо выбирать прогрессивное: в данном случае опыт подготовки специалистов в Индии - общепризнанного лидера в области информационных технологий (IT), России и Японии, а не США, где уровень подготовки, по вердикту доклада Национальной комиссии по образованию, «является недопустимо низким». Non progredi est regredi! (Не вперед, значит назад!)

Подписание РК Болонской декларации (14.04.2010) на наш взгляд, кажется преж-девременной, чтоб не сказать фатальной, т.к. в «Magna Charta Universitatum», подписанной *250*-ю ректорами университетов, на *900*-летнем юбилее Болонского университета 18.09.1998 года, декларируются лишь пожелания (без каких-либо обязательных рекомендаций) для сближения (в идеале унификации) различных (порой противоречивых) систем образования европейских стран [3].

У страны, не развивающей науки, нет будущего, а без приложения **математических методов** немыслимо развитие любой науки, как и технического прогресса. «*Какими бы природными богатствами не обладал недостаточно образованный народ, все его богатства, через некое время перейдут под владение (управление) развитыми в интеллектуальном отношении народами*» (А.

Байтурсынов). «*Посеянное на поле научном, взойдет на пользу народа*» (Менделеев Д.И.).

Список использованной литературы:

1. Нобелевские лауреаты по экономике: взгляд из России //Под ред. Ю.В.Яковца. - СПб., 2003.
2. Тодойсичук А.В. Научно-технический потенциал вуза как определитель качества высшего образования //Проблемы управления качеством образования в гуманитарном вузе – СПб., 2004.
3. Праздников Г.А. Болонский процесс в смысловом пространстве современного образования //Проблемы управления качеством образования в гуманитарном вузе – СПб., 2004.
4. Добрица В.П., Нурлыбаев А.Н. К теоретической подготовке специалистов по информатике //Материалы международной конференции по управлению качеством образования. – Алматы, 2004. – с.730-736.
5. Башмаков М.И. Алгебра-7,8,9 – М.: Просвещение. 2003, 2004, 2005.
6. Нурлыбаев А.Н. Комбинаторика формул сокращенного умножения для *n*-номов //Физмат, 2007, №2-5.

К ВОПРОСУ О МЕТОДИКЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДИДАКТИЧЕСКИХ СРЕДСТВ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Людмила Яновна МЕЛКОЗЁРОВА
кандидат педагогических наук, доцент
Восточно-Казахстанского государственного технического университета имени Д. Серикбаева

Начертательную геометрию студенты считают трудным предметом: действительно, успеваемость по этому курсу зачастую ниже в сравнении с другими дисциплинами. Трудность начертательной геометрии обусловлена необходимостью пространственного осмысления, логического и абстрактного мышления и реализацией особого подхода к изучению этой дисциплины. Усвоить