

МРНТИ 681.3.07Ж.М. Есмухан¹, Е.Е. Масимбаев²

²Колледж при Казахской Головной архитектурно-строительной академии,
Алматы, Казахстан
(E-mail: ²ades_81@mail.ru)

Координатный метод построения изображений

Аннотация: Широко распространенный проекционный метод изображения оказался не так удобным в компьютерной графике. Поэтому предлагается координатный метод, позволяющий построить изображение объекта по координатам определяющих его точек.

Ключевые слова: координатный метод построения изображения, изображение, плоскость, форма, виды.

В инженерной практике принято построить изображения (чертежи) прямоугольным проецированием на грани куба. Полученные при этом изображения называются основными видами этого изделия. При необходимости используются дополнительные виды и условные изображения (разрезы и сечения), полученные в результате рассечения изделия выбранной плоскостью. Количество изображений должно быть минимальное, но достаточное для определения формы и размеров изделий, а так же для его реконструкции. Однако, для применения компьютерных технологий такой метод построения изображений оказался неудобным [1, 2].

В качестве наглядного примера рассмотрим построение вида слева тетраэдра, заданного видами спереди и сверху (Рисунок 1,а). Согласно методике, принятой до середины XX века, считали заданными взаимно перпендикулярные прямые x и y , которых называли осями проекций (Рисунок 1, б). Для построения вида слева A_3 вершины A , заданного видами спереди A_1 и сверху A_2 , поступали следующим образом: через точки A_1 и A_2 проводили горизонтальные прямые. Через точку пересечения прямой, проведенной через точку A_2 , и прямую проводили дугу окружности с центром в точке O (точка пересечения осей проекций x и y), а через точку ее пересечения и прямой x проводили вертикальную прямую. Последняя прямая и

горизонтальная прямая, проведенная через точку A_1 , пересекаются в искомой точке A_3 . Такой способ построения был раскритикован пользователями, так как на рабочих чертежах отсутствуют оси проекций x и y .

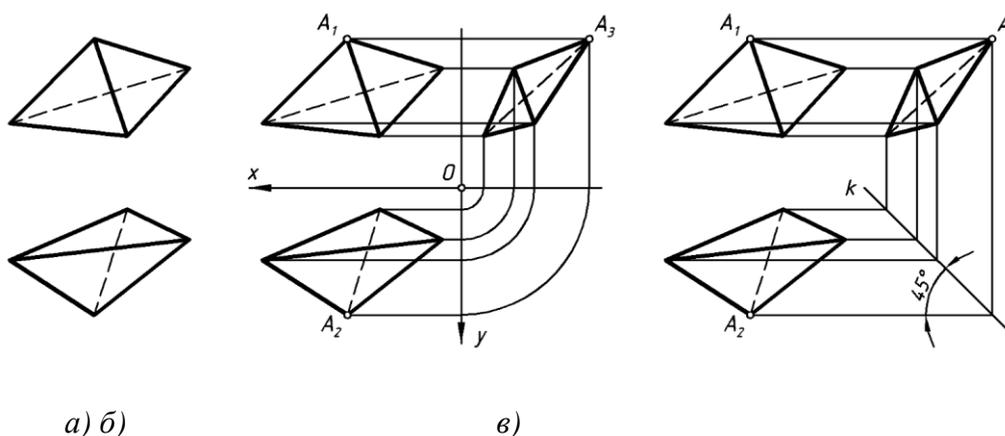


Рисунок 1.

Тогда был предложен другой способ построения, показанный на рисунке 1, в. Проводили так называемую «постоянную прямую чертежак», располагаемую под углом 45^0 к горизонтальной прямой. Через точку A_2 проводят горизонтальную, а через точку ее пересечения с прямой k – вертикальную прямые. Последняя прямая пересекает горизонтальную прямую, проведенную через точку A_1 , в искомой точке A_3 . Как видите, и здесь много вспомогательных и ненужных линий. Поэтому предлагается координатный метод, который не имеет указанных недостатков проекционного метода. Аксонометрические проекции, как известно, относятся к координатному методу. Однако, в аксонометрии изображения получают искаженными; форма и размеры оригинала изменяются.

Положение точки на прямой определяются одним параметром, так как прямая, как одномерное пространство, состоит из ∞^1 точек. Если точка $M \in x$, то ее положение определяется длиной отрезка OM , где точка $O \in x$ называется началом координат (Рисунок 2, а). Прямую x называем координатной осью, а величину $|OM| = x$ координатной точки M . Если точка принадлежит положительной полупрямой, то ее координата считается положительной $M(x)$, а в противном случае

– отрицательной $N(-x)$. Положительное направление координатной оси показывается стрелкой.

Положение точки на плоскости определяется двумя параметрами, так как плоскость, как двумерное пространство, содержит ∞^2 точек. Поэтому две взаимно перпендикулярные прямые (для удобства) x и y , которые называются первой x и второй y координатными осями (Рисунок 2, б). Тогда положение точки на этой плоскости определяется расстояниями от неё до координатных осей: $|OM_x| = |MM_y| = x$ – первая, а $|OM_y| = |MM_x| = y$ – вторая координата точки $M(x, y)$.

Трёхмерное пространство содержит ∞^3 точек. Это означает, что положение точки в трёхмерном пространстве определяется тремя параметрами. Поэтому рассматривается три взаимно перпендикулярные прямые x , y и z (Рисунок 2, в). Которые пересекаются в точке O . В полученной системе координат положение точки определяется, как известно, расстояниями от плоскостей $\pi_1(x \cap y)$, $\pi_2(x \cap z)$ и $\pi_3(y \cap z)$, которые называются координатными плоскостями. Координаты точки $M(x, y, z)$: первая координата $x = |M\pi_3| = |OM_x|$; вторая координата $y = |M\pi_2| = |M_1M_x|$; третья координата $z = |M\pi_1| = |M_2M_x|$. Основание точки на координатной плоскости назовем ее изображением: M_1 – первое, M_2 – второе и M_3 – третье изображение точки M . Очевидно, что достаточно показать изображения на двух координатных плоскостях (Рисунок 2, г или д)).

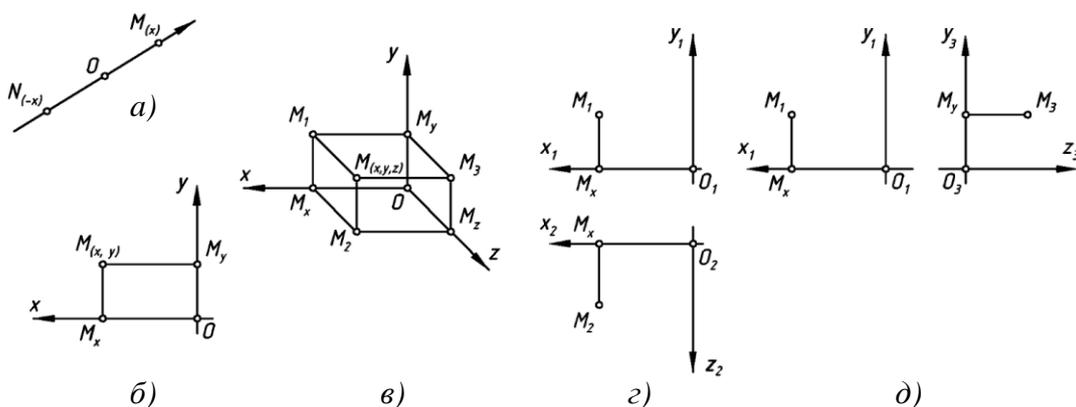


Рисунок 2.

Аналогично, в n -мерном пространстве положение точки определяется n параметрами. Мы ограничимся рассмотрением трехмерного пространства.

Пример 1. Построить изображения тетраэдра $ABCD$ на координатных плоскостях, если известны координаты его вершин: $A(x_a, y_a, z_a)$, $B(x_b, y_b, z_b)$, $C(x_c, y_c, z_c)$, и $D(x_d, y_d, z_d)$.

Решение. Для построения изображения на первой координатной плоскости берем взаимно перпендикулярные прямые x_1 и y_1 (Рисунок 3, а). Отметим точку $A_x \in x_1$ так, чтобы отрезок O_1A_x был равен первой координате этой точки в выбранном масштабе: $|O_1A_x| = x_a$. В точке A_x восстановим перпендикуляр и на этот перпендикуляр откладываем отрезок, равной третьей координате: $|A_xA_1| = z_a$. A_1 – первое изображение точки A . Аналогично определяются точки B_1 , C_1 и D_1 . Соединяя отрезками прямых найденные точки, получаем четырехугольник $A_1B_1C_1D_1$ – первое изображение тетраэдра $ABCD$. Невидимый на изображении отрезок A_1C_1 проводится штриховой линией. Построение изображения на второй координатной плоскости отличается от вышеизложенного только тем, что рассматриваются взаимно перпендикулярные прямые x_2 и z_2 (Рисунок 3, б). Определив точку $A_x \in x_2$, восстановим перпендикуляр в этой точке к прямой x_2 . На этом перпендикуляре определяется второе изображение A_2 точки A из условия, что $|A_xA_2| = z_a$. Аналогично определяются точки B_2 , C_2 и D_2 . У четырехугольника $A_2B_2C_2D_2$ диагональ C_2D_2 проведена штриховой линией, так как она является изображением отрезка CD , расположенного ближе координатной плоскости π_2 . Вспомогательные линии и обозначения на изображениях не показывают (Рисунок 3, в).

Чтобы убедиться в достаточности двух изображений, рассмотрим построение изображения данного тетраэдра на плоскости π_3 по двум данным изображениям на плоскостях π_1 и π_2 (Рисунок 3, г). Проводим прямые u_3 и z_3 ($u_3 \perp z_3$). Для определения положения A_3 – изображения точки A нет необходимости в знании координат этой точки. На прямую u_3 отложим отрезок O_3A_y , равный отрезку A_xA_1 . В точке A_y восстановим перпендикуляр к прямой u_3 и на эту прямую отложим отрезок A_yA_3 , равный отрезку A_xA_2 . Аналогично определяются

точки B_3, C_3 и D_3 . Четырехугольник $A_3B_3C_3D_3$ служит изображением данного тетраэдра на плоскости π_3 .

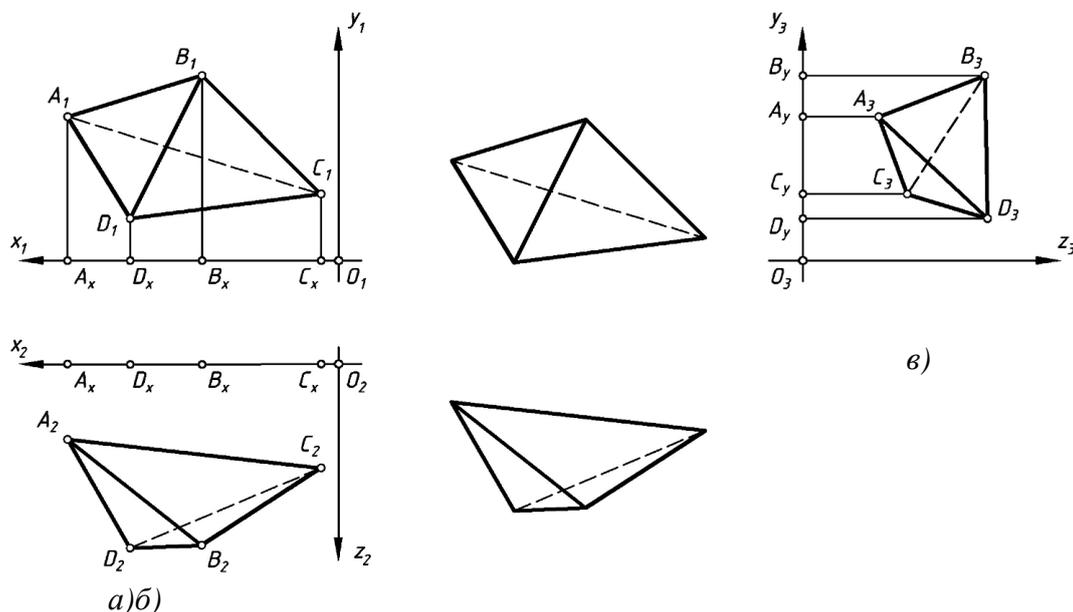


Рисунок 3.

На практике принято располагать первое и второе изображения на одной вертикали, а первое и третье изображения – на одной горизонтали (соблюдают так называемую проекционную связь), хотя это необязательно.

Пример 2. Построить дополнительное изображение геометрического тела (заданного видами спереди и сверху) цилиндрической формы с вырезом на плоскости α , расположенной перпендикулярно к плоскости π_2 (Рисунок 4, а).

Решение. Данное геометрическое тело представляет собой цилиндр вращения, который рассечен четырьмя плоскостями: одна из них наклонена, другая расположена перпендикулярно а остальные две параллельны оси цилиндра. Линия пересечения поверхности цилиндра с наклонной плоскостью представляет собой эллипс. Плоскость перпендикулярная к оси пересекает его по окружности, плоскость параллельная оси – по прямоугольнику. Выбираем прямоугольную координатную систему $Oxyz$ так, чтобы плоскость $\pi_2 (x \cap z)$ совпала основанием, а вторая ось – с осью цилиндра. Тогда новая плоскость изображения $\alpha (\alpha_2)$ будет располагаться параллельно второй координатной оси y , поэтому

вторые координаты точек остаются без изменений. Координатные осей $\alpha_1 Z_\alpha$ изображаются одной прямой, совпадающей с прямой α_2 , а координатная ось y_α располагается перпендикулярно к ним: $y_\alpha \perp x_\alpha = z_\alpha$.

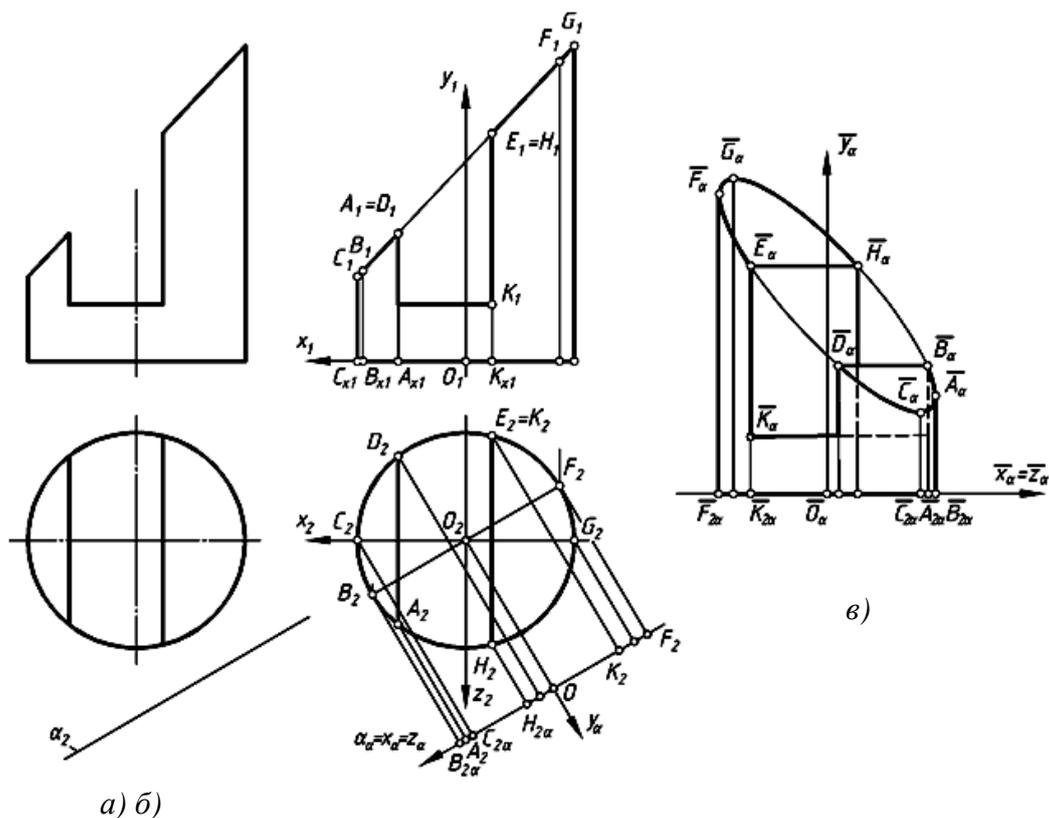


Рисунок 4.

Основание цилиндра изображается на плоскость α в виде отрезка $B_{2\alpha}F_{2\alpha}$, совпадающего с осью $X_\alpha = Z_\alpha$ (Рисунок 4, б). Для определения оригинала этого отрезка B_2F_2 проведена прямая через точку O_2 параллельно прямой α_2 . Эллипс в общем случае изображается в эллипс. Отмечаем точки A, B, C, D, E, F, G и H , позволяющие определить изображения эллипса на плоскости α . Для этого используются новые координаты указанных точек: $A(|A_2y_\alpha|, |A_{x1}A_1|)$, $B(|B_2y_2|, |B_{x1}B_1|)$, $C(|C_2C_2|, |C_{x1}C_1|)$, Проводим взаимно перпендикулярные прямые $\bar{x}_\alpha = \bar{z}_\alpha$ и \bar{y}_α . Для построения нового положения \bar{A}_x (Рисунок 4, в) точки A откладываем на прямую $\bar{x}_\alpha = \bar{z}_\alpha$ отрезок $\bar{O}_\alpha \bar{A}_{2\alpha}$, равный первой координате $|A_2y_\alpha|, |O_\alpha A_{2\alpha}|$. В точке $\bar{A}_{2\alpha}$ восстановим перпендикуляр к прямой $\bar{x}_\alpha = \bar{z}_\alpha$, на

который откладываем вторую координату: $|\overline{A}_{2\alpha}\overline{A}_{\alpha}|$, $|A_{x1}A_1|$. Аналогично определяются новые изображения $\overline{B}_{\alpha}, \overline{C}_{\alpha}, \overline{D}_{\alpha}, \overline{E}_{\alpha}, \overline{F}_{\alpha}, \overline{G}_{\alpha}$ и \overline{H}_{α} точек B, C, D, E, F, G , и H . Через найденные точки можно проводить искомую кривую, представляющую собой эллипс. Зная, что эллипс определяется пятью точками, можно выполнить построение высокой точностью [3].

Окружность, которая получается в сечении цилиндра плоскостью, расположенную параллельно основанию цилиндра, изображается так же в отрезок прямой. Для определения изображения этого отрезка использована точка K .

Использованная литература

1. Климачева Т.Н. AutoCAD «Полный курс для профессионалов». – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2010. – 1200с.
2. Херн, Дональд, Бейкер, М. Паулин. Компьютерная графика и стандарт 3-е издание. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 168 с.
3. Есмухан Ж.М., Куспеков К.А. Универсальный алгоритм построения коники//Проблемы инженерной графики и профессионального образования, 2010. -№5. – С. 29 – 36.

Ж.М. Есмухан¹, Е.Е. Масимбаев²

¹Қазақ Бас сәулет-құрылыс академиясының жанындағы колледж, Алматы, Қазақстан

Координаталар әдісімен көріністерді салу

Аннотация: Кескіндерді проекциялау әдісімен салу компьютерлік графика үшін қолайсыздау болғандықтан, оларды координаталар әдісімен салу ұсынылған. Негізгі көріністерімен берілген дененің қосымша көрінісі координаталар әдісімен салынған.

Кілт сөздер: координаталар әдісімен көріністерді салу, көріністер, жазықтық, түзу, нүкте.

Zh.M. Esmukhan¹, E.E. Masimbayev²

²College at the Kazakh Leading Academy of Architecture and Construction, Almaty, Kazakhstan

Coordinate imaging method

Abstract: Widespread image projection method Was not convenient applied in computer graphics. Therefore, coordinate method is suggested, by constructiong the image of an object from the coordinates of its defining points.

Key words: Coordinate imaging method, plane, point, straight, kinds.

References

1. Klimacheva T.N. AutoCAD «Polnyy kurs dlya professionalov»[AutoCAD "Full course for professionals"] (Moscow, LLC "I. D. Williams, 2010). [in Russian]
2. Khern, Donal'd, Beyker, M. Paulin. Komp'yuternaya grafika i standart [Computer graphics and standard] Uchebno-metodicheskoye posobiye [Teaching guide] (Moscow, Publishing house "Vilms", 2005). [in Russian]
3. Yesmukhan ZH. M., Kuspekov K. A. Universal'nyy algoritm postroyeniya koniki [Universal conic construction algorithm] Problemy inzhenernoy grafiki i professional'nogo obrazovaniya[Problems of engineering graphics and vocational education],5, 29-36 (2010). [in Russian]