

**МРНТИ 27.21.21**К.Л. Панчук<sup>1</sup>, Е.В. Любчинов<sup>2</sup>, Т.М. Мясоедова<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Омский государственный технический университет,  
Омск, Россия  
(E-mail: <sup>1</sup>panchuk\_kl@mail.ru)

**Циклография как метод решения прикладных задач**

**Аннотация:** Показаны возможность и потенциал циклографического метода, как основы для решения важных прикладных задач: формообразование рабочих поверхностей автомобильных дорог и проектирование траекторий (эквидистант) движения режущего инструмента для обработки карманных поверхностей машиностроительных деталей. Геометрическим моделированием получены математические модели расчета проектируемых поверхностей, характеризующиеся наличием аналитических, т.е. точных решений. Представленные в работе теоретические и практические результаты являются продолжением и развитием предыдущих авторских исследований в области теории и практических приложений циклографического метода.

**Ключевые слова:** геометрическое моделирование, циклография, циклографическое отображение, автомобильные дороги, карманные поверхности.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2220-685X-2019-53-2-5-18>

Циклография, как метод отображения пространства  $E_n$  на подпространство  $E_{n-1}$ , возник на рубеже 18-19 веков благодаря исследованиям западноевропейских геометров [1]. Последующие многочисленные исследования отечественных и зарубежных учёных показали, что циклографический метод, будучи изначально инструментом теоретических исследований [2-7], оказался эффективным при решении множества различных прикладных задач геометрической оптики [7-9], компьютерного автоматизированного геометрического проектирования *CAGD* [9, 10], моделирования поверхностных форм автомобильных дорог [11, 12], инструментальной обработки карманных поверхностей изделий машиностроения [13, 14] и др.

В настоящей работе показана возможность применения циклографического метода для решения прикладных задач, таких как компьютерное геометрическое моделирование поверхност-

ных форм автомобильных дорог и проектирование обработки карманных поверхностей изделий машиностроения. Работа продолжает и обобщает исследования авторов в данном направлении, показывая практическую полезность циклографического метода.

Моделирование поверхностных форм автомобильных дорог. В современном проектировании автомобильных дорог одной из важнейших задач является создание их математических моделей. Геометрия поверхности дороги напрямую влияет на безопасность движения, а, следовательно, если она не отвечает требуемым нормам и правилам [15], то исправить ее различными покрытиями не представляется возможным.

Современное математическое моделирование поверхностных форм автомобильных дорог основано на различных подходах. Наиболее известные из них рассмотрены в работах [16-18]. Каждый из подходов ориентирован на свод государственных норм и правил [15]. Согласно этим нормам поперечное сечение поверхности дорожного полотна должно иметь двухскатный профиль из отрезков прямых линий определенного неизменного уклона, а на круговых участках - односкатный профиль.

В работе рассматривается геометрическое моделирование поверхностных форм автомобильных дорог, основанное на циклографическом отображении оси дороги. Ось дороги считается заданной и имеет вид пространственной гладкой кривой линии:

$$\bar{P}(t) = (x(t), y(t), z(t)), T_0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

где функции  $x(t), y(t), z(t)$  имеют на отрезке  $[T_0, T]$  непрерывные производные по параметру  $t$  до второго порядка включительно, причем в каждой точке отрезка ранг  $\|x'(t), y'(t), z'(t)\| = 1$ .

Циклографический образ оси дороги, как пространственной кривой, представляет собой огибающую однопараметрического множества оснований конусов вращения, вершины которых принадлежат оси дороги  $\bar{P}(t)$ . Координатные параметрические уравнения огибающей с полууглом наклона образующих при вершине конуса  $\beta = \beta(t)$  имеют следующий вид [11]:

$$\begin{aligned}x_{\beta}^{(1,2)}(t) &= x(t) + \varepsilon(t) \cdot (\eta_x(t) \mp \delta_x(t)), \\y_{\beta}^{(1,2)}(t) &= y(t) + \varepsilon(t) \cdot (\eta_y(t) \mp \delta_y(t)),\end{aligned}\quad (2)$$

где:  $\varepsilon(t) = z(t) \cdot e(t)$ ;  $\eta_x(t) = \frac{-x'(t) \cdot \mu(t)}{\lambda(t)}$ ;  $\delta_x(t) = \frac{y'(t) \sqrt{\lambda(t) - \mu^2(t)}}{\lambda(t)}$ ;  
 $\eta_y(t) = \frac{-y'(t) \cdot \mu(t)}{\lambda(t)}$ ;  $\delta_y(t) = \frac{x'(t) \sqrt{\lambda(t) - \mu^2(t)}}{\lambda(t)}$ ;  $\mu(t) = e(t) \cdot z'(t) + e'(t) \cdot z(t)$ ;  
 $\lambda(t) = x'(t)^2 + y'(t)^2$ ;  $e(t) = \operatorname{tg}(\beta(t))$ .

Совместное рассмотрение уравнений (1) и (2) позволяет получить линейчатую поверхность, параметрические уравнения которой имеют вид:

$$\begin{aligned}X(t, l) &= x(t) + l \cdot [x_{\beta}^{(1,2)}(t) - x(t)], \\Y(t, l) &= y(t) + l \cdot [y_{\beta}^{(1,2)}(t) - y(t)], \\Z(t, l) &= z(t) \cdot (1 - l); \\T_0 \leq t \leq T, L_0 \leq l \leq L.\end{aligned}\quad (3)$$

При рассечении поверхности (3) нормальными по отношению к ортогональной проекции оси дороги  $\bar{P}_1(t) = (x(t), y(t))$  плоскостями будут образовываться кривые линии с вершинами на исходной линии  $\bar{P}(t)$ . Полученные линии сечений отличаются от общепринятых, соответствующих известным правилам и нормам [15]. В этой связи возникает необходимость преобразования полученной линейчатой поверхности в другую линейчатую поверхность, сечения которой указанными нормальными плоскостями соответствуют общепринятым типовым нормам. Преобразование подробно рассмотрено в работе [11].

Для достижения требуемой ширины проезжей части (или обочины) вначале строятся линии-эквидистанты относительно ортогональной проекции оси дороги  $\bar{P}_1(t)$ . На этих линиях выстраиваются цилиндрические поверхности, проецирующие относительно плоскости  $(xy)$ , которые в пересечении с преобразованными линейчатыми поверхностями образуют

кромки проезжей части. Уравнения кромок и уравнения оси дороги (1) позволяют получить искомые линейчатые поверхности проезжей части. Подобным образом можно получить поверхности обочин, создаваемые между кромками проезжей части и бровками обочины.

На прямолинейных в плане и круговых (виражных) участках полуугол  $\beta$  в уравнениях (2) является постоянным. На рисунке 1 представлен пример компьютерной визуализации прямолинейного участка, полученный на основе циклографического отображения.

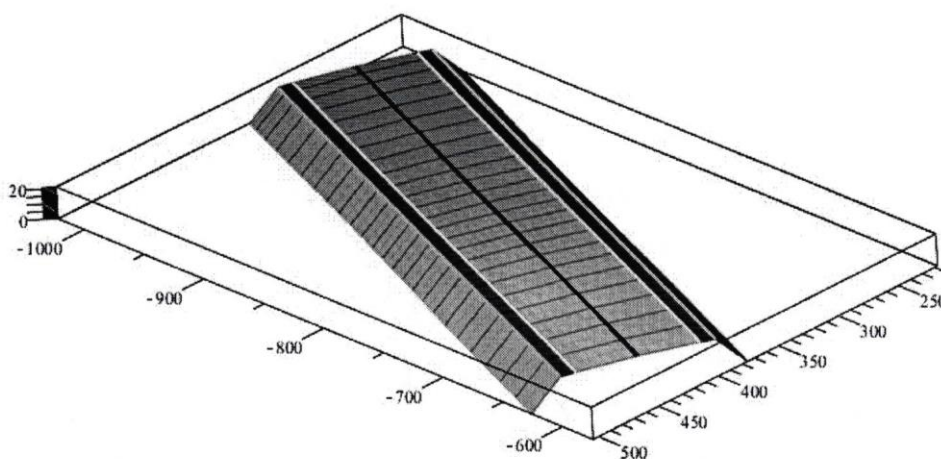


Рисунок 1: Результат компьютерного циклографического моделирования поверхностных форм автомобильной дороги на прямолинейном участке

Наиболее сложными в проектировании поверхностей автомобильных дорог являются переходные участки, также называемые отгонами. На этих участках происходит переход от двухскатного профиля дороги на прямолинейном участке к односкатному, расположенному на виражном. На рисунке 2 представлена схема изменения угла наклона прямолинейных образующих поверхностей дорожного полотна на переходном участке.

Для переходных участков применяется функция переменного полуугла  $\beta = \beta(t)$ . Ее график изображен на рисунке 3 и описывает закон изменения угла наклона образующих поверхности дорожного полотна в зависимости от параметра  $t$  оси дороги. Функция должна быть непрерывной и однозначной на всей области определения, и в целях обеспечения

безопасности движения должна иметь гладкость стыковки не ниже второго порядка в граничных точках [18].

В работе [18] для достижения требуемой гладкости стыковки кромок проезжей части и обочины предложено в качестве функции изменения угла наклона использовать сплайн-функцию пятой степени:

$$\beta(t) = \beta_0 + a_1(t-t_0) + a_2(t-t_0)^2 + a_3(t-t_0)^3 + a_4(t-t_0)^4 + a_5(t-t_0)^5. \quad (4)$$

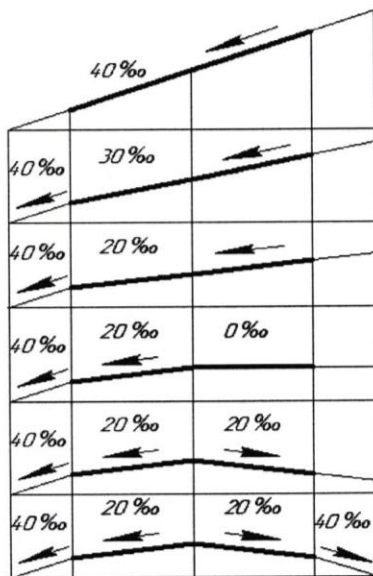


Рисунок 2: Схема изменения угла наклона образующих поверхности дороги на переходном участке

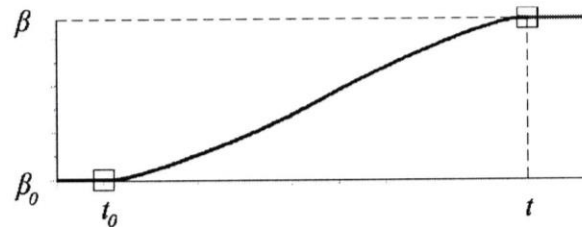


Рисунок 3: График функции угла наклона прямолинейных образующих линейчатых форм на переходном участке

Подставив выражение (4) в уравнения (2) и выполнив необходимые преобразования, получим уравнения кромки проезжей части для переходного участка, и соответственно, искомую поверхность дорожного полотна с переменным углом наклона образующих. Результат компьютерного моделирования поверхностей переходного участка на основе циклографического отображения представлен на рисунке 4.

Таким образом, общая поверхность автомобильной дороги разбивается на несколько конструктивных участков: прямолинейный в плане, круговой (виражный) и переходный. Для каждого из этих участков определена соответствующая математическая модель, учитывающая характерные особенности получения

поверхностных форм автомобильных дорог на данных участках. Расчет и визуализация поверхностных форм дороги на каждом из её участков легко реализуются системами компьютерной алгебры в силу параметрической формы представления моделей.

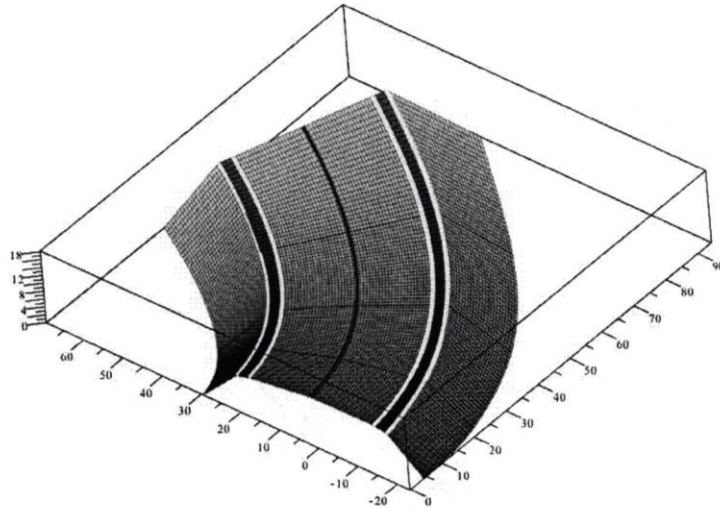


Рисунок 4: Результат компьютерного циклографического моделирования поверхностных форм автомобильной дороги на переходном участке

На рисунке 5 представлен итоговый результат компьютерного моделирования поверхностных форм автомобильной дороги на участке поворота дорожного полотна.

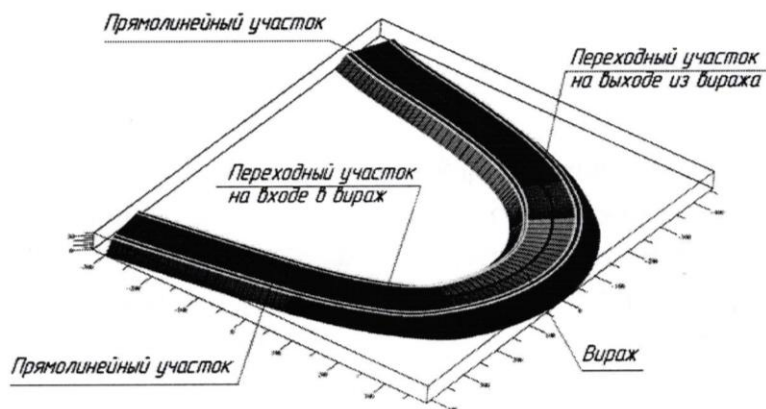


Рисунок 5: Циклографическая модель поверхностных форм элементов автомобильной дороги

Моделирование проектирования обработки карманных поверхностей деталей машиностроения. Технологическая подготовка фрезерных операций по обработке карманных поверхнос-

тей на станках с ЧПУ требует расчета и оптимизации траектории движения инструмента. Инструмент движется по эквидистантным траекториям  $OC$  ( $OC$  – “offset curves”), постепенно приближаясь при врезании к контуру детали. Эквидистанта - это кривая фиксированного расстояния от заданной кривой. Задача оптимизации генерации  $OC$  сводится к решению следующих проблем, а именно: анализ и отсечение нерабочих участков эквидистантных линий, и анализа обрезки кривых встречных эквидистант от граничной области и от областей островов [3, 4, 13].

Моделирование семейства  $OC$  многосвязной области замкнутых контуров карманных поверхностей, выполняется на основе циклографического отображения евклидова пространства. Моделирование рассматривается с точки зрения преобразования пространственной медиальной оси  $MAT$  [9].

$MAT$  – это пространственная кривая, восстановленная в пространстве на основе циклографического отображения по геометрической информации о плоской области и ее граничном контуре.  $MAT$  образуется при пересечении образующихся в процессе моделирования  $\alpha$ -поверхностей, образующие прямые линии которых наклонены к плоскости области под углом  $\alpha=45^\circ$ .

Очертания карманной поверхности с островами на плоскости ( $xy$ ) представляют собой замкнутые криволинейные контуры, которые состоят из дуг кривых, последовательно соединённых своими концами по гладкости  $C^2$  (рис.6). Внешний контур  $a(a_1, \dots, a_n)$  описывается векторными уравнениями дуг кривых  $a_i (i=1..n)$ , его составляющих:

$$a_i : \bar{r}_{ai} = (x_a(t_i), y_a(t_i)), t_i \in R. \quad (5)$$

Внутренний контур  $b(b_1, \dots, b_k)$  состоит из дуг кривых  $b_j (j=1..k)$ :

$$b_j : \bar{r}_{bj} = (x_b(t_j), y_b(t_j)), t_j \in R. \quad (6)$$

Внутренний контур  $c(c_1, \dots, c_m)$  состоит из дуг кривых  $c_u (u=1..m)$  [6]:

$$c_u : \bar{r}_{cu} = (x_c(t_u), y_c(t_u)), t_u \in R. \quad (7)$$

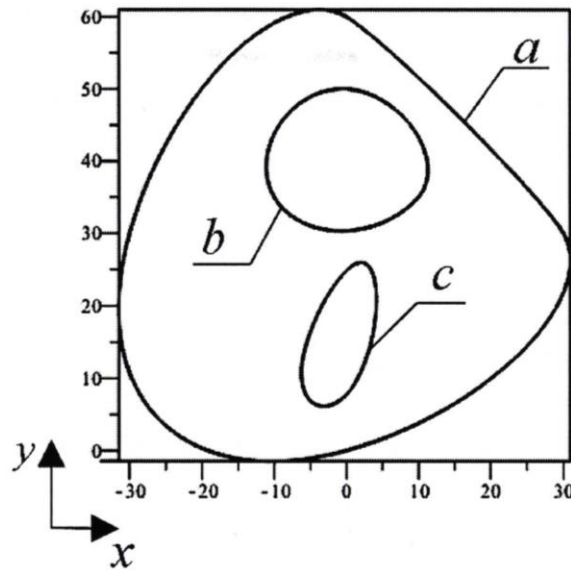


Рисунок 6: Исходные криволинейные контуры кармана  $a$  и островов  $b$  и  $c$

Для составных криволинейных линии  $a$ ,  $b$  и  $c$  по выражениям (8) можно получить параметрические уравнения эволют для  $e_a: (x_{ea}(t_i), y_{ea}(t_i))$ , для  $e_b: (x_{eb}(t_j), y_{eb}(t_j))$  и для  $e_c: (x_{ec}(t_u), y_{ec}(t_u))$  соответственно:

$$\begin{aligned} e_{ai} : \bar{r}_{ea}(t_i) &= \bar{r}_{ai} + R_{ai} \bar{n}_{ai}, \\ e_{bj} : \bar{r}_{eb}(t_j) &= \bar{r}_{bj} + R_{bj} \bar{n}_{bj}, \\ e_{cu} : \bar{r}_{ec}(t_u) &= \bar{r}_{cu} + R_{cu} \bar{n}_{cu}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $R_{ai}$ ,  $R_{bj}$  и  $R_{cu}$  – радиусы кривизны,  $\bar{n}_{ai}$ ,  $\bar{n}_{bj}$  и  $\bar{n}_{cu}$  – единичные векторы нормалей кривых. Для эволют  $e_{ai}$ ,  $e_{bj}$  и  $e_{cu}$  построим их пространственные образы – линии:  $m_{ai}$ ,  $m_{bj}$  и  $m_{cu}$ , с учётом того, что для линий внутренних контуров координата  $z$  принимает отрицательные значения:

$$\begin{aligned} m_{ai} : \bar{r}_{ma}(t_i) &= (x_{ea}, y_{ea}, z_{ea}) \\ m_{bj} : \bar{r}_{mb}(t_j) &= (x_{eb}, y_{eb}, z_{eb}) \\ m_{cu} : \bar{r}_{mc}(t_u) &= (x_{ec}, y_{ec}, z_{ec}) \end{aligned} \quad (9)$$



$$\text{где } z_{ea} = +\sqrt{(x_{ai} - x_{ea})^2 + (y_{ai} - y_{ea})^2}, z_{eb} = -\sqrt{(x_{bj} - x_{eb})^2 + (y_{bj} - y_{eb})^2}, \\ z_{ec} = -\sqrt{(x_{cu} - x_{ec})^2 + (y_{cu} - y_{ec})^2}.$$

$\alpha$ -поверхности  $P_{ai}$ ,  $P_{bj}$  и  $P_{cu}$  образуются парами линий  $a_i$  и  $m_{ai}$ ,  $b_j$  и  $m_{bj}$ ,  $c_u$  и  $m_{cu}$ , для которых эти линии служат направляющими (рис. 7):

$$\begin{aligned} P_{ai} : \bar{r}_{Pi}(t_i, l) &= \bar{r}_{ma}(t_i) + l_i(\bar{r}_a(t_i) - \bar{r}_{ma}(t_i)), \\ P_{bj} : \bar{r}_{Pj}(t_j, l_j) &= \bar{r}_{mb}(t_j) + l_j(\bar{r}_b(t_j) - \bar{r}_{mb}(t_j)), \\ P_{cu} : \bar{r}_{Pu}(t_u, l_u) &= \bar{r}_{mc}(t_u) + l_u(\bar{r}_c(t_u) - \bar{r}_{mc}(t_u)). \end{aligned} \quad (10)$$

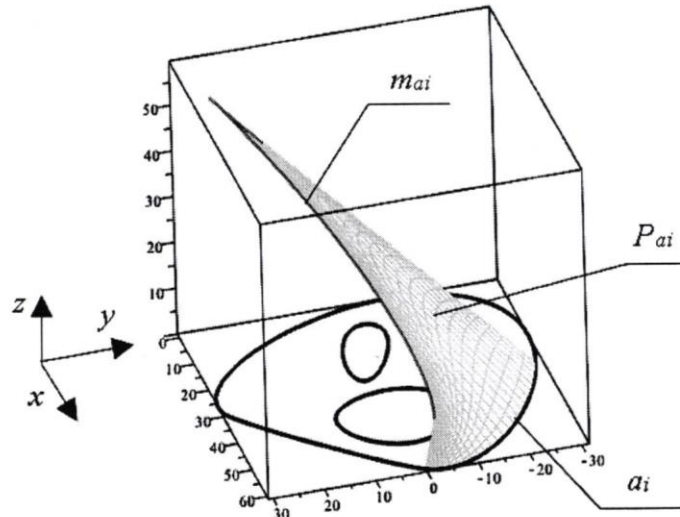


Рисунок 7: Формообразование  $\alpha$  – поверхности

Геометрический  $MAT$  образуется как составная пространственная линия попарного пересечения  $\alpha$ -поверхностей (рис. 8):

$$MAT = (P_{ai} \cap P_{bj}) \cup (P_{ai} \cap P_{cu}) \cup (P_{bj} \cap P_{cu}).$$

Попарно пересекаясь  $\alpha$ -поверхности образуют линии  $s_i$ . Линии  $s_i$ , принадлежащие  $\alpha$ -поверхностям, представляют собой непрерывное множество точек –  $\alpha$ -прообразов точек пересечения образующих прямых  $\alpha$ -поверхностей с плоскостью ( $xu$ ). Если  $s_i \in P_{ai}$ , то линия  $a_i$  является  $\alpha$ -проекцией (образом) линии  $s_i$ . Соответственно, если  $s_i \in P_{bj}$ , то линия  $b_j$  является  $\alpha$ -проекцией линии  $s_i$  и если  $s_i \in P_{cu}$ , то линия  $c_u$  является  $\alpha$ -проекцией линии  $s_i$ .

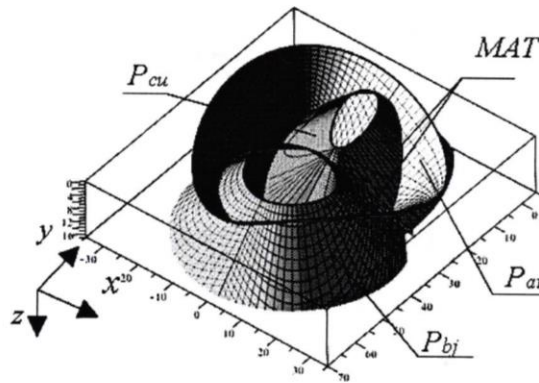


Рисунок 8:  $\alpha$ -поверхности внешнего и внутренних контуров:  $P_{ai}$ ,  $P_{bj}$ ,  $P_{cu}$  и  $MAT$

Отсюда, линии  $a_i$ ,  $b_j$  и  $c_u$  представляют собой ветви общей линии пересечения плоскости ( $xy$ ) и огибающей однопараметрического множества  $\alpha$ -конусов с вершинами на  $s_i$  и осями, перпендикулярными плоскости ( $xy$ ). Основание каждого конуса на плоскости ( $xy$ ) – это окружность радиуса  $R$ , касающаяся линий  $a_i$ ,  $b_j$ ,  $c_u$ , либо  $a_i$ ,  $c_u$ , либо  $a_i$ ,  $b_j$ , либо  $b_j$ ,  $c_u$ . Таким образом, на плоскости ( $xy$ ) образуется непрерывное множество точек  $(x, y, R=z)$  – центров кругов радиусами  $R=z$ . Очевидно, это множество точек с кругами представляет собой  $MAT$ .

Полученные  $\alpha$ -поверхности пересекаются пучком горизонтальных плоскостей вдоль оси  $z$  с шагом  $\Delta z_i = h_i = \delta = const$ . Эти линии подлежат анализу с последующим отсечением нерабочих участков по  $MAT$ . Полученные линии уровня образуют ортогональным проецированием на плоскость ( $xy$ ) семейства эквидистант  $OC$  (рис. 9). Линии уровня для внутренних контуров –  $L_{inb}(i, j)$ ,  $L_{inc}(i, u)$  и линии уровня внешнего контура –  $L_{ext}(i, k)$ , описываются параметрическими уравнениями соответственно:

$$\begin{aligned} \bar{r}_{inb(i,j)} &= (x_{inb(i,j)}(h_i, \tau_j), y_{inb(i,j)}(h_i, \tau_j), z_{inb(i,j)}(h_i, \tau_j)), \\ \bar{r}_{inc(i,u)} &= (x_{inc(i,u)}(h_i, \tau_u), y_{inc(i,u)}(h_i, \tau_u), z_{inc(i,u)}(h_i, \tau_u)), \\ \bar{r}_{ext(i,k)} &= (x_{ext(i,k)}(h_i, \tau_k), y_{ext(i,k)}(h_i, \tau_k), z_{ext(i,k)}(h_i, \tau_k)), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $i$  – номер секущей плоскости  $\tau_j$ ,  $\tau_u$  и  $\tau_k$  – параметры формы отрезков  $L_{inb(i,j)}$ ,  $L_{inc(i,j)}$  и  $L_{ext(i,k)}$ .

Ортогональные проекции линии  $MAT$  на плоскости ( $xy$ ) является линия – медиальная ось  $MA$ . Отличие предлагаемого геометрического решения задачи генерации линий  $OC$  для

многосвязной области с криволинейными контурами от существующего алгебраического [3, 4] в плоскости  $(xy)$  заключается в следующем:

1. Оно характеризуется визуально-образным представлением в компьютерном виртуальном пространстве всего множества геометрических объектов и условий модели во взаимосвязи и взаимовлиянии.

2. Математическая модель, соответствующая предлагаемой геометрической модели генерации  $OC$ , характеризуется параметрической формой представления составляющих ее уравнений. Указанные отличия существенно упрощают получение и анализ решения задачи генерации линий  $OC$ , что делает более простым получение управляющих программ для обработки карманных поверхностей на оборудовании с ЧПУ.

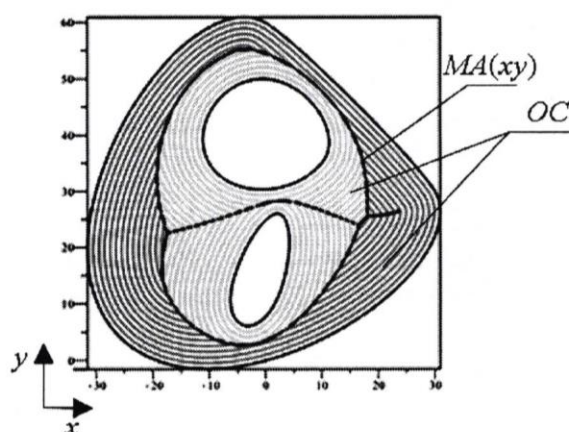


Рисунок 9: Семейство линий  $OC$  и медиальная ось  $MA(xy)$

## Заключение

Рассмотренные циклографические решения двух важных и различных по содержанию прикладных задач подтверждают практическую полезность и раскрывают потенциальные возможности циклографического метода моделирования.

## Использованная литература

1. Dr. Emil Muller. Vorlesungen über Darstellende Geometrie. II. Band: Die Zyklographie. Edited from the manuscript by Dr. Josef Leopold Krames. Leipzig and Vienna, Franz Deuticke. - 1929. - 476 p.

2. Choi, H.I., Han, C.Y., Moon, H.P., Roh, K.H., Wee, N.S.: Medial axis transform and offset curves by Minkowski Pythagorean hodograph curves // Computer-Aided Design 31. -1999. - V. 5. - P. 9–72.
3. H.I. Choi, S.W. Choi, and H.P. Moon. Mathematical theory of medial axis transform // Pacific J. Math. - 1997. V. 181(1). P. 56–88.
4. H.Ch. Cho, H.I. Choi, S.-H. Kwon, D.S. Lee, and N.-S. Wee. Clifford algebra, Lorentzian geometry and rational parametrization of canal surfaces // Computer Aided Geometric Design. 2004. - V. 21. - 327–339.
5. Peternell M. Rational two-parameter families of spheres and rational offset surfaces // J. Symbolic Computation. - 2010. - V. 45. - P. 1-18.
6. Peternell M., Pottmann H. Computing rational parametrizations of Canal Surfaces // J. Symbolic Computation. - 1997. - V.23. - P. 255–266.
7. Панчук К.Л. Циклографическая начертательная геометрия: монография/ К.Л. Панчук, Н.В. Кайгородцева. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2017. – 232 с.
8. Panchuk K.L., Lyubchinov E.V., Krysova I.V. Surface triads with optical properties. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 944 (2018) 012086. doi :10.1088/1742-6596/944/1/012086.
9. Pottmann H., Wallner J. Computational Line Geometry. - Berlin. Heidelberg: Springer Verlag, 2001. - 565 p.
10. Pottmann H., Peternell M. Applications of Laguerre Geometry in CAGD, Comp // Aided Geometric Design. - 1998. - V.15. - P. 165–186.
11. Panchuk K.L., A.S. Niteyskiy, E.V. Lyubchinov. Cyclographic Modeling of Surface Forms of Highways // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. - 2017. - V.262. 012108. doi:10.1088/1757-899X/262/1/012108.
12. Панчук К.Л. Циклография. Аспекты теории и практических применений / К.Л. Панчук, Е.В. Любчинов, Т.М. Мясоедова //GraphiCon 2018: труды 28-й Междунар. конф. по компьютерной графике и машинному зрению. – Томск: Томский политех. ун-т. – 2018. – С. 336 - 340.
13. Held M. On the computational geometry of pocket machining Lect. Notes in Comp. Sci., 1991. - p. 184.
14. Myasoedova T.M., Panchuk K.L. Geometric model of generation of family of contour-parallel trajectories (equidistant family) of a machine tool. // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. – 2019. – vol. 1210 (1). – P.23-46.
15. Автомобильные дороги: СНиП 2.05.02-85. Введ. 1987-01-01. Госстрой СССР. - М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. - 320 с.
16. Бойков В.Н. Автоматизированное проектирование автомобильных дорог /В.Н. Бойков, Г.А.Федотов, В.И.Пуркин. – М.: Изд-во МАДИ, 2005.-210 с.
17. Пуркин В.И. Основы автоматизированного проектирования автомобильных дорог – М.: МАДИ, 2000. - 190 с.
18. Сальков Н.А. Моделирование автомобильных дорог – М.: ИНФРА-М, 2012. - 120 с.

К.Л. Панчук<sup>1</sup>, Е.В. Любчинов<sup>2</sup>, Т.М. Мясоедова<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Омбы мемлекеттік техникалық университеті, Омбы, Ресей

## Циклография қолданбалы есептерді шешу әдісі ретінде

**Аннотация:** Маңызды қолданбалы есептерді шешу үшін негіз ретінде циклографиялық әдістің мүмкіндігі мен әлеуеті көрсетілген: автомобиль жолдарының жұмыс беттерін құру және машина жасау бөлшектерінің қалта тәрізді беттерін өңдеуге арналған кескіш құралдың қозғалыс траекторияларын (эквидистанттарын) жобалау. Геометриялық үлгілеумен аналитикалық, яғни нақты шешімдердің болуымен сипатталатын жобаланатын беттерді есептеудің математикалық модельдері алынды. Жұмыста ұсынылған теориялық және практикалық нәтижелер циклографиялық әдістің теориялық және практикалық қосымшалары саласындағы алдыңғы авторлық зерттеулердің жалғасы және дамуы болып табылады.

**Кілт сөздер:** геометриялық модельдеу, циклография, циклографиялық бейнелеу, автомобиль жолдары, қалта тәрізді беті.

K.L. Panchuk<sup>1</sup>, E.V. Lyubchinov<sup>2</sup>, T.M. Myasoedova<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>*Omsk State Technical University, Omsk, Russia*

## Cyclography as a method for solving applied tasks

**Abstract:** The possibility and potential of the cyclographic method are shown as the basis for solving important applied tasks: shaping the working surfaces of roads and designing trajectories (equidistant) of the movement of the cutting tool for machining pocket surfaces of machine-building parts. Geometric modeling obtained mathematical models for calculating the projected surfaces, characterized by the presence of analytical, i.e. exact decisions. The theoretical and practical results presented in the paper are a continuation and development of previous author's research in the field of the theory and practical applications of the cyclographic method.

**Keywords:** geometric modeling, cyclographic mapping, highways, pocket surfaces.

## References

1. Dr. Emil Muller. Vorlesungenüber Darstellende Geometrie. II. Band: Die Zyklographie. Edited from the manuscript by Dr. Josef Leopold Krames. Leipzig and Vienna, Franz Deuticke (1929), 476.
2. Choi, H.I., Han, C.Y., Moon, H.P., Roh, K.H., Wee, N.S.: Medial axis transform and offset curves by Minkowski Pythagorean hodograph curves // Computer-Aided Design 31. (1999), V. 5, 9–72.
3. H.I. Choi, S.W. Choi, and H.P. Moon. Mathematical theory of medial axis transform // Pacific J. Math. (1997), V. 181(1), 56 – 88.

4. H.Ch. Cho, H.I. Choi, S.-H. Kwon, D.S. Lee, and N.-S. Wee. Clifford algebra, Lorentzian geometry and rational parametrization of canal surfaces // *Computer Aided Geometric Design*. (2004), V. 21, 327–339.
5. Peternell M. Rational two-parameter families of spheres and rational offset surfaces // *J. Symbolic Computation*. (2010), V. 45, 1-18.
6. Peternell M., Pottmann H. Computing rational parametrizations of Canal Surfaces // *J. Symbolic Computation*. (1997), V.23, 255–266.
7. Panchuk K.L., Kajgorodceva N.V. *Ciklograficheskaya nachertatel'naya geometriya: monografiya [Cyclographic descriptive geometry]* (Omsk, Izd-vo OmGTU, 2017). [in Russian]
8. Panchuk K.L., Lyubchinov E.V., Krysova I.V. Surface triads with optical properties. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 944* (2018) 012086. doi:10.1088/1742-6596/944/1/012086.
9. Pottmann H., Wallner J. *Computational Line Geometry*. - Berlin. Heidelberg: Springer Verlag. (2001).
10. Pottmann H., Peternell M. Applications of Laguerre Geometry in CAGD, *Comp // Aided Geometric Design*. (1998). - V.15. - P. 165–186.
11. Panchuk K.L., A.S. Niteyskiy, E.V. Lyubchinov. Cyclographic Modeling of Surface Forms of Highways // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. (2017). V. 262. 012108. doi:10.1088/1757-899X/262/1/012108.
12. Panchuk K.L., Lyubchinov E.V., Myasoedova T.M. *Ciklografiya. Aspekty teorii i prakticheskikh primenenij [Cyclography. Aspects of Theory and Practical Applications]* *Graphi Con 2018: trudy 28 Mezhdunar. konf. po komp'yuternoj grafike i mashinnomu zreniyu [Proceedings of the 28th International conf. in computer graphics and machine vision]* (Tomsk: Tomskij politekh. un-t, 2018). [in Russian]
13. Held M. On the computational geometry of pocket machining *Lect. Notes in Comp. Sci.* (1991).
14. Myasoedova T.M., Panchuk K.L. Geometric model of generation of family of contour-parallel trajectories (equidistant family) of a machine tool. // *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series*. (2019). - vol. 1210 (1). – P.23-46.
15. *Avtomobil'nye dorogi: SNIp 2.05.02-85. [Highways: SNIp 2.05.02-85.] Vved. 1987-01-01. Gosstroj SSSR [Enter 1987-01-01. Gosstroy of the USSR]* (Moscow, TSITP Gosstroya SSSR, 1986). [in Russian]
16. Bojkov V.N., Fedotov G.A., Purkin V.I. *Avtomatizirovannoe proektirovanie avtomobil'nyh dorog (na primere IndorCAD/Road) [Automated road design (for example, IndorCAD / Road)]* (Moscow, Izd-vo MADI, 2005). [in Russian]
17. Purkin V.I. *Osnovy avtomatizirovannogo proektirovaniya avtomobil'nyh dorog [Basics of computer-aided design of roads]* (Moscow, Izd-vo MADI, 2000). [in Russian]
18. Sal'kov N.A. *Modelirovanie avtomobil'nyh dorog [Highway Modeling]* (Moscow, INFRA-M). [in Russian]