ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МЕСТА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ТОЧЕК В РАССЛОЯЕМЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ПРОСТРАНСТВА

Нурлан Сагинбекович УМБЕТОВ

Кандидат технических наук, старший преподаватель
Южно-Казахстанского государственного университета им. М. Ауезова

Для конструирования технических поверхностей ввиду своей простоты и широких возможностей имеют важное прикладное значение преобразования пространства $I_{n\text{-}n}$, расслаивающиеся на кремоновые инволюции I_v. Для исследования ее свойств инволюцию $I_{n\text{-}n}$ зададим пучком $l(\alpha_i)$ слабоинвариантных плоскостей, пространственной кривой s^k – геометрическим местом точек (центром преобразования) F_1 и инвариантной поверхностью Δ^m – носителем инвариантных кривых d^v инволюции I_v.

F-система инволюции $I_{n\text{-}n}$ состоит из прямой l, кривой s^k и некоторой кривой f^x. Каждой точке $F_j = s^k \cap \alpha_i$ кривой s^k в инволюциях I_v соответствуют P-кривые $j^{v-1}{}_j$ – первые поляры точки F_j относительно кривых $d^v = \Delta^m \cap \alpha_i$. Простые F–точки инволюции I_v определяются как точки пересечения кривых $j^{v-1}{}_j$ и d^v, которым соответствуют P-прямые, соединяющие эти F–точки с центром F_1 преобразования. Множество простых F–точек инволюции I_v образует F–кривую f^x преобразования $I_{n\text{-}n}$.

Для исследования F–кривых f^x примем в качестве инвариантной поверхности - квадрику Δ^2 (конус вращения), кривой s^k – прямую f, и пучок плоскостей α_i с несобственной прямой l. Пусть прообразом преобразования является прямая a. Если направление проецирования будет совпадать с прямой a, то в плоскости проекции, параллельной пучку α_i, будем иметь: прямую f^1 – геометрическое место центров преобразований F, точку A – проекцию прямой a, пучок концентрических окружностей d^2.

В преобразованиях Гирста, кроме центра преобразования F, мы имеем еще две фундаментальные точки F^1, F^2 – точки пересечения поляры f точки F относительно инвариантной окружности d^2 заданного радиуса, с окружностью d^2. При перемещении центра преобразований F по прямой f^1 (рисунок 1), F^1, F^2 описывают кривую 4-го порядка f^4:

$$x^4(m^2-\xi^2)+y^4(1-\xi^2)+2mx^3y+2mxy^3+x^2y^2(m^2-2\xi^2+1)+ \\ +2x^3n\xi^2+2xy^2\xi^2n-x^2n^2\xi^2=0. \quad (1)$$

где m – угловой коэффициент, n – расстояние от начала координат прямой f^1. ξ – const, число (масштабный коэффициент), выражающее зависимость между изменениями ординаты точки F_1 и радиуса R инвариантной окружности d^2. Эта кривая распадается при $\xi = 1$ на прямую $x = 0$ и рациональную циркулярную кривую 3-го порядка

$$x^3(m^2-1)+2myx^2+x\ y^2(m^2-1)+2my^3+2x^2n+2y^2n-xn^2=0,$$

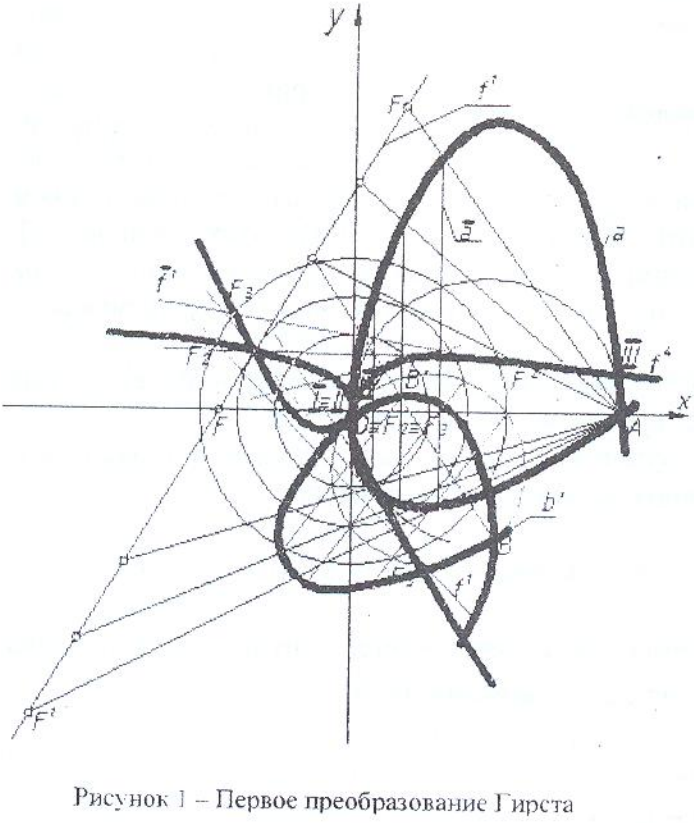

Рисунок 1 – Первое преобразование Гирста

с асимптотой $y = 0$ и фиксированными точками $Oi(x_0,\ y_0)$, $F = f^1 \cap O_y$, $F = d^2$ U f^4 – узловая точка кривой f^3 и точками пересечения кривой f^3 с осью $y = 0$

$$(m^2-1)x^2+2nx-n^2=0,$$

$$x_{1,2}=\frac{n(1\pm m)}{1-m^2}.$$

Исследование влияния масштабого коэффициента на форму получаемой кривой a' показывает: 1) при фиксированном

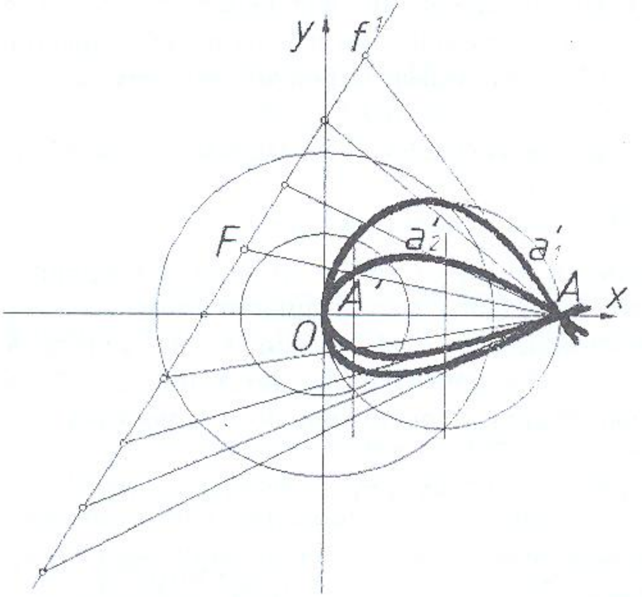

Рисунок 2 – Второе преобразование Гирста

положении точек, через которые проходит кривая, масштабный коэффициент на форму кривой не влияет; 2) при фиксированном положении траектории центра преобразования масштабный коэффициент позволяет изменить форму кривой, выполняя роль коэффициента сжатия (растяжения) (рисунок 2).

Как известно, любая алгебраическая кривая может быть получена как геометрическое место точек пересечения соответственных кривых двух проективных пучков, причем она обязана проходить через базисные точки этих пучков [1]. Следовательно, если один из этих пучков представляет собой пучок циркулярных кривых, то эти проективные пучки также порождают циркулярную кривую.

Алгебраическая кривая называется циркулярной, если она содержит циклические (круговые) точек и плоскости [2].

Действительно, пучок концентрических окружностей радиуса R является пучком 1-го порядка кривых 2-го порядка

$$x^2 + y^2 = R^2$$

где R – величина переменная, и пересекается с пучком 2-го порядка поляр $\overline{f}$ точек F относительно окружностей d^2:

$$xx_F + yy_F = R^2,$$

где $x_F = my_F + n$, а $R = |\xi\, y_F|$.

Решая систему уравнений:

$$x(my_F + n) + yy_F = \xi \ y_F{}^2;$$
$$x^2 + y^2 = \xi^2 y_F{}^2,$$

определяем уравнение кривой четвертого порядка, по которой перемещаются точки F^1, F^2.

Кривые третьего порядка – образы точек в мгновенных преобразованиях Гирста имеют с кривой f^4 по 4 точки пересечения, следовательно, для однозначного задания кривой a' - образа точки A в мгновенных преобразованиях Гирста необходимо задать пять точек.

Пример: Определить рациональную кривую *3*-го порядка, являющуюся образом точки A в мгновенных преобразованиях Гирста относительно концентрического пучка окружностей, проходящую через точки: $O_i(0.0)$, $I(x_I, y_I)$, $II(x_{II}, y_{II})$, $A(x_{A,0})$, причем точка A – узловая, т.е. найти коэффициенты в уравнении кривой a' *3*-го порядка, проходящей через четыре заданные точки. Уравнение данной кривой имеет вид

$$\begin{aligned}&[xx_A + yy_A - x_0(x + x_A) - y_0(y + y_A) + x_0{}^2 + y_0{}^2][(x - x_A) - m(y - y_A)]^2 = \\ &= [(n - x_A)(y - y_A) + y_A(x - x_A)^2 \xi^2].\end{aligned} \qquad (2)$$

1. задаемся значением $\xi = 1$.
2. записываем уравнение кривой a', проходящей через точки A, I, O_i. Подставляем в уравнение (2) значения координат этих точек:

$$\sqrt{x_I x_A}\,[my_I - (x_I - x_A)] = y_I \xi (x_A - n) \qquad (3)$$

3. уравнение кривой a', проходящий через точки A, II, O_i, запишется в виде:

$$-\sqrt{x_{II} x_A}\,[my_{II} - (x_{II} - x_A)] = y_{II} \xi (x_A - n) \qquad (4)$$

Решая систему двух уравнений (3), (4) относительно неизвестных m и n, получаем

$$m = \frac{y_I(x_{II} - x_A)\sqrt{x_{II}} + y_{II}(x_I - x_A)\sqrt{x_I}}{y_I y_{II}(\sqrt{x_{II}} + \sqrt{x_I})},$$

$$n = \{\frac{\sqrt{x_I x_{II}}[y_{II}(x_I - x_A) - y_I(x_{II} - x_A)]}{\xi\, y_I y_{II}(\sqrt{x_{II} x_A} - \sqrt{x_I x_A})} - 1\}x_A.$$

Список использованной литературы:

1. Иванов Г.С. Конструирование технических поверхностей. – М.: Машиностроение, 1987. – 188 с.
2. Иванов Г.С. Теоретические основы начертательной геометрии. – М.: Машиностроение, 1998. – 158 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1966. – 831 с.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА К СОВРЕМЕННОЙ МАТЕРИАЛЬНОЙ БАЗЕ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ, КАК ФАКТОР ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Ляззат Тулеуовна НУРКУШЕВА

Кандидат архитектуры,
профессор Казахской Головной архитектурно-строительной академии

В статье рассматриваются вопросы влияния трехступенчатой системы обучения при создании рациональной функционально-планировочной структуры и архитектурной выразительности крупных вузовских комплексов и элементов для их долговременного функционирования. Рассмотрены вопросы, при которых необходимо предусматривать гибкие развивающиеся, планировочные системы, учитывая динамику приспособления зданий к изменяющимся условиям перспективного развития и преобразования учебно-научного